

① I: $(x-a)^2 + y^2 = r^2 \Rightarrow M(a, 0) \quad a > 0$

II: $(x-14)^2 + y^2 = R^2 \Rightarrow N(14, 0)$

נניח 2 נקודות: $a - 14 = 9 \Rightarrow a = 23$

$14 - a = 9 \Rightarrow a = 5$ { נחון בן לוחית השלבים }
9

$R > r$

$\frac{R}{r} = 2 \Rightarrow R = 2r$

השלים לטקסט הבן ולחית השלבים
השלים לטקסט הבן ולחית השלבים

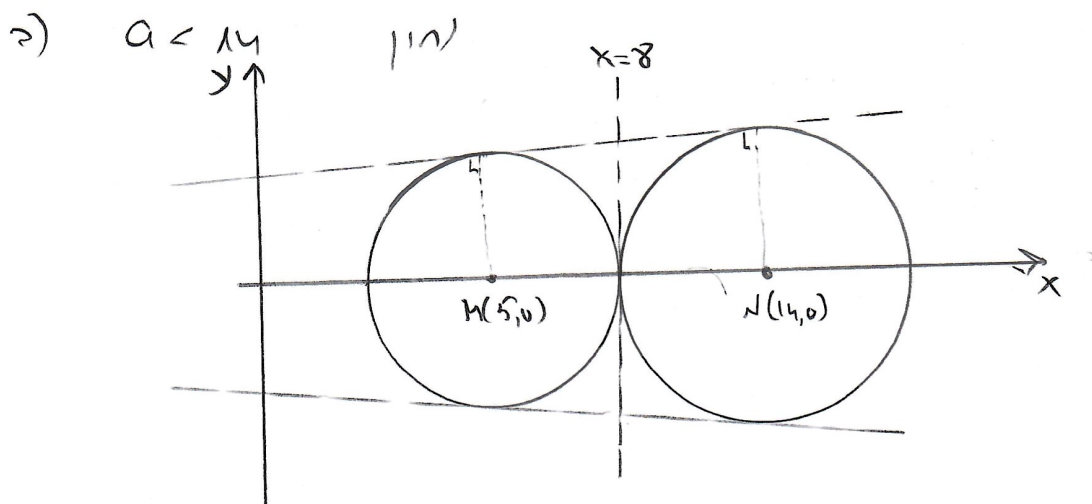
$R + r = 9$

$3r = 9 \Rightarrow r = 3 \Rightarrow R = 6$

II: $(x-14)^2 + y^2 = 36$

I: $(x-23)^2 + y^2 = 9$ $\frac{1}{2}$ $(x-5)^2 + y^2 = 9$

ל.ר.ל



המשק המשותף עבורי דיון וק' הפרמטר האנכי
 רגלם האנכיים קיין $\boxed{x=8}$

המשק המשותף
 3) $mx - y + n = 0$
 נדעו שאנן קיין בנק ההפוך קיין אנכך
 נס' I משק הוא 3 ואנך נס' II משק הוא 6
 קיין קיין אנכך וק' אנכך

I $\frac{|5m+n|}{\sqrt{m^2+1}} = 3$

II $\frac{|14m+n|}{\sqrt{m^2+1}} = 6$

נחלק ב' המכנה

$\frac{II}{I} \Rightarrow \frac{|14m+n|}{|5m+n|} = 2 \Rightarrow |14m+n| = 2|5m+n|$

קיימים 2 מקרים

מקרה א'

$14m+n = 10m+2n$

$\boxed{n=4m}$

מקרה ב'

$14m+n = -10m-2n$

$\boxed{n=-8m}$

I נבדוק את המקרים ב' ונראה

$|9m| = 3\sqrt{m^2+1} \uparrow^2$

$81m^2 = 9m^2 + 9$

$m = \pm \sqrt{\frac{1}{8}} \Rightarrow n = \pm \sqrt{2}$

$|-3m| = 3\sqrt{m^2+1} \uparrow^2$

~~$9m^2 = 9m^2 + 3$~~

~~$0 = 3$~~

$y = \sqrt{\frac{1}{8}}x + \sqrt{2} \quad \text{ל} \quad y = -\sqrt{\frac{1}{8}}x - \sqrt{2}$

3) נמצא את המרחק בין הנקודה P לנקודה Q .

$$\sqrt{\frac{1}{3}}x + \sqrt{2} = -\sqrt{\frac{1}{3}}x - \sqrt{2}$$

$$2\sqrt{\frac{1}{3}}x = -2\sqrt{2} \quad / : 2$$

$$\sqrt{\frac{1}{3}}x = -\sqrt{2} \quad / : \sqrt{\frac{1}{3}} \Rightarrow \boxed{x = -4}$$

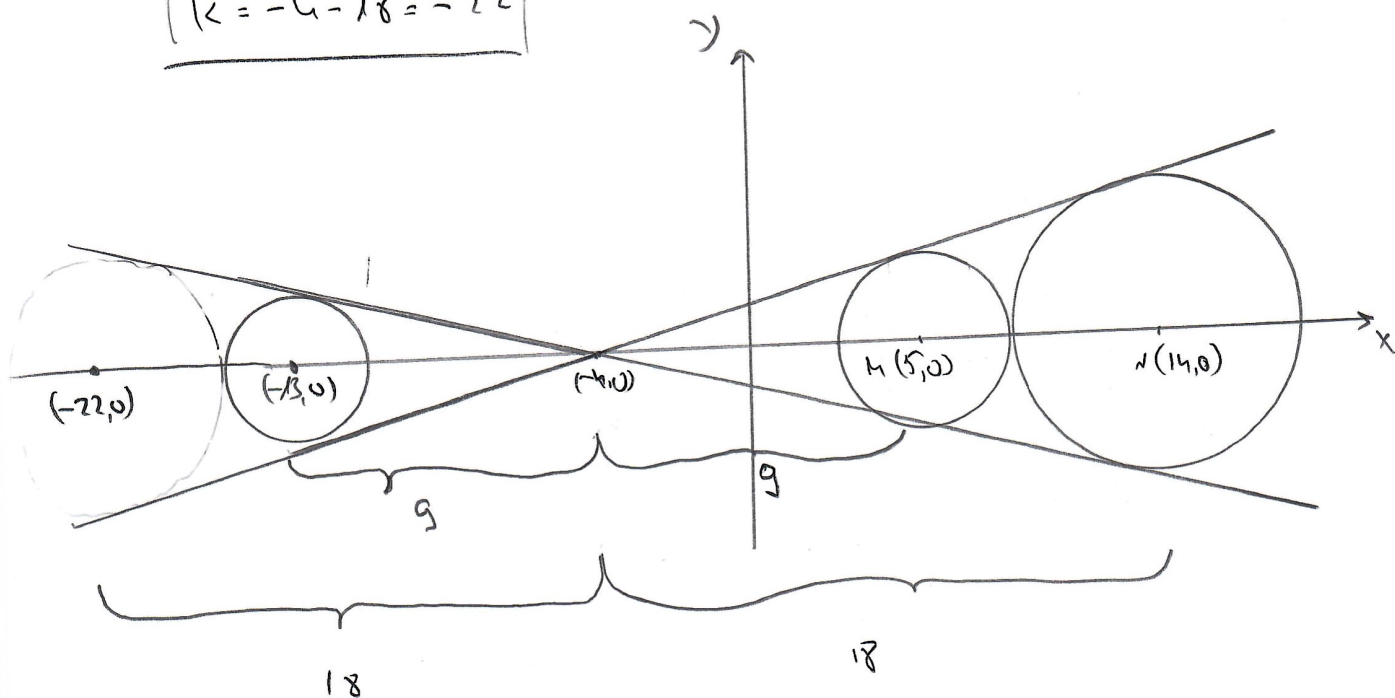
נקודה P היא הנקודה $(-4, 0)$

נמצא את המרחק I בין הנקודה P לנקודה Q .

$$\boxed{t = -4 - 9 = -13}$$

נמצא את המרחק II בין הנקודה P לנקודה Q .

$$\boxed{k = -4 - 18 = -22}$$



② $A(4, 8, -1)$, $B(7, 5, 5)$, $C(1, -1, 2)$ $D(-2, 5, -4)$ (new info)

1) א' 2 יקטורי הכיוון העקדריס (א)

$$\vec{BC} = (-6, -6, -3) \quad / : -3$$

$$\vec{B}_C = (2, 2, 1)$$

$$\vec{BD} = (-9, 0, -9) \quad /: -9$$

$$\vec{BD} = (1, 0, 1)$$

למכרה יקלור - באזור נמטה הדטלינרלה ש גר היקטוריס
הלעזרים אל הלשר יחקץ וקלור הלמון חסנהם חין יחיה
למון חלשור הלודור ש ידם חין זהו יקלור חיוון א הלשור

$$\vec{BC} \times \vec{BD} = \begin{vmatrix} + & - & + \\ 2 & 2 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \end{vmatrix} = (2, -1, -2)$$

$$\Pi: 2x - y - 2z = 0$$

$c(1, -1, 2)$ für $2, 3, 0$ und $1, 1, 1$

$$2 + 1 - 4 = 0 \Rightarrow 0 = -1$$

$$\Rightarrow \boxed{\Pi: 2x - y - 2z = -1} \quad \text{1/2 Punkt}$$

הקדמה: $A(u, p, \mu)$ נלקחה במישור $\mathbb{R}^2$

$$8 - 9 + 2 = -1$$

$P = 11$ $\therefore R \cdot v$

$$\begin{aligned} \text{ע) } \vec{AB} &= (3, -6, 6) \Rightarrow |\vec{AB}| = \sqrt{3^2 + 6^2 + 6^2} = 9 \\ \vec{BC} &= (-6, -6, -3) \Rightarrow |\vec{BC}| = \sqrt{6^2 + 6^2 + 3^2} = 9 \\ \vec{CD} &= (-3, 6, -6) \Rightarrow |\vec{CD}| = \sqrt{3^2 + 6^2 + 6^2} = 9 \\ \vec{AD} &= (-6, -6, -3) \Rightarrow |\vec{AD}| = \sqrt{6^2 + 6^2 + 3^2} = 9 \end{aligned}$$

$\Downarrow$

מ ABC (לרובל של כל צלע) סוף
(2) נכון

$$\vec{AB} \cdot \vec{BC} = (3, -6, 6)(-6, -6, -3) = -18 + 36 - 18 = 0$$

$\Downarrow$

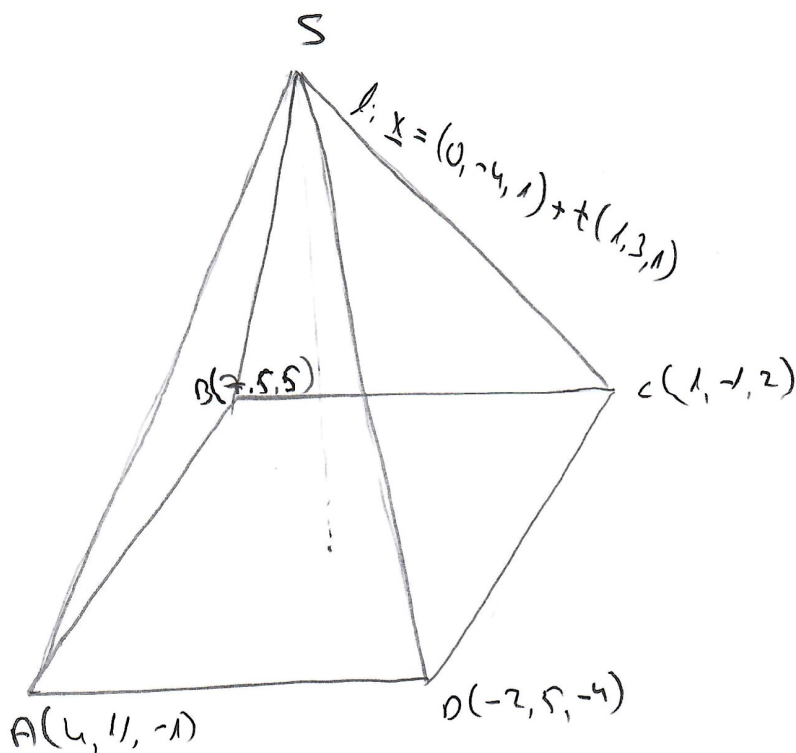
$$\vec{AB} \perp \vec{BC}$$

$\Downarrow$

כל צלע $\perp$ כל צלע אחרת
לכן ABCD הוא ריבוע

ABCD ריבוע

3)



הנקודה S נמצאת במישור $z=1$ ונמצאת במרחק $\sqrt{2}$ מהנקודה $P(1, 3, 1)$.

$$S(t, -4+3t, 1+t)$$

$$S_{ABCD} = 9 \cdot 9 = 81$$

$$(1/2) V_{ABCD} = 81 \Rightarrow \frac{81 \cdot h}{3} = 81 \Rightarrow h = 3$$

h הוא מרחק הנקודה S מהמישור $z=1$.
 $ABCD$ הוא מלבן עם צלעות $AB=3$ ו- $BC=3$.

$$\frac{|2t - (-4+3t) - 2(1+t) + 1|}{\sqrt{2^2 + 1^2 + 2^2}} = 3$$

$$|-3t + 3| = 9$$

למשל:

$$-3t + 3 = 9$$

$$t = -2$$

↓

למשל:

$$-3t + 3 = -9$$

$$t = 4$$

↓

$$S(-2, -10, -1) \quad \text{או} \quad S(4, 8, 5)$$

למשל:

המשוואה $z=1$ היא משוואת המישור.
 נקודה $P(1, 3, 1)$ היא נקודה במישור $z=1$.

$$(1, 3, 1)$$

ה' ב' - שכן ש. לשמים ה' ה' - ה' ה' ק' ה'
ה' ה' ה' ה' ה' ה' ה' ה' ה' ה'

$$\cos \alpha = \frac{|(1, 3, 1) \cdot (2, -1, -2)|}{\sqrt{1^2 + 3^2 + 1^2} \cdot \sqrt{2^2 + 1^2 + 2^2}}$$

$$= \frac{|2 - 3 - 2|}{\sqrt{11} \cdot \sqrt{9}} = \frac{3}{3\sqrt{11}} = \frac{1}{\sqrt{11}}$$

$$\boxed{\alpha = 72.45^\circ} \quad \text{ה' ה'}$$

$$\textcircled{3} \quad \bar{z}^2 + z \cdot \bar{z} = \bar{z} + 2z + 9 - 7i$$

נניח $z = x + yi$ נניח

$$(x - yi)^2 + x^2 + y^2 = x - yi + 2(x + yi) + 9 - 7i$$

$$x^2 - 2xyi - y^2 + x^2 + y^2 = x - yi + 2x + 2yi + 9 - 7i$$

$$2x^2 - 2xyi = 3x + 9 + (y - 7)i$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 2x^2 = 3x + 9 \\ -2xy = y - 7 \end{cases}$$

$$\rightarrow 2x^2 - 3x - 9 = 0$$

$$x_{1,2} = \frac{3 \pm 9}{4} \rightarrow x_1 = 3 \Rightarrow y_1 = 1 \Rightarrow z_1 = 3 + i$$

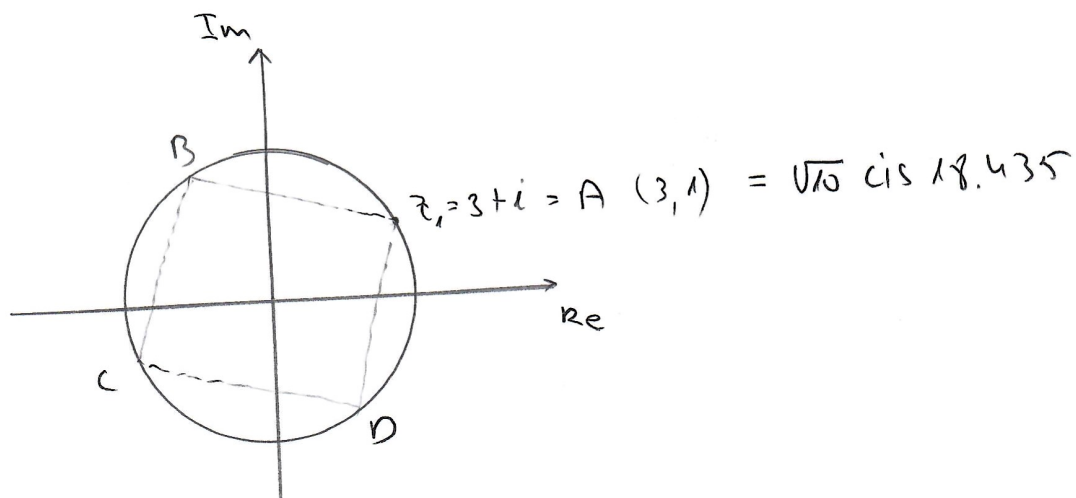
$$\rightarrow x_2 = -1.5 \Rightarrow y_2 = -3.5 \Rightarrow z_2 = -1.5 - 3.5i$$

לחבר המרחק בין הנקודות $(0,0)$ ו- z_1 ו- z_2
 וכן המרחק

$$R = |z_1| = \sqrt{3^2 + 1^2} = \sqrt{10}$$

המרחק:

לכן $x^2 + y^2 = 10$



$$AB = BC = CD = AD \quad \text{מכאן } ABCD \text{ מרובע}$$

$$\Rightarrow \widehat{AB} = \widehat{BC} = \widehat{CD} = \widehat{AD} = 90^\circ \quad (\text{למקרים שבהם כל הזוויות שוות, המרובע הוא מרובע מרובי זוויות})$$

הזווית 90° נמצאת בין -135° ל -18° הריבוע יהיה בתחתית
 2-0

$$B = -1 + 3i = \sqrt{10} \operatorname{cis} 108.435^\circ (-1, 3)$$

$$C = -3 - i = \sqrt{10} \operatorname{cis} 198.435^\circ (-3, -1)$$

$$D = 1 - 3i = \sqrt{10} \operatorname{cis} 288.435^\circ (1, -3)$$

ר' קמ

$$AB = \sqrt{4^2 + 2^2} = \sqrt{20}$$

$$\boxed{S_{ABCD} = \sqrt{20} \cdot \sqrt{20} = 20}$$

ר' קמ

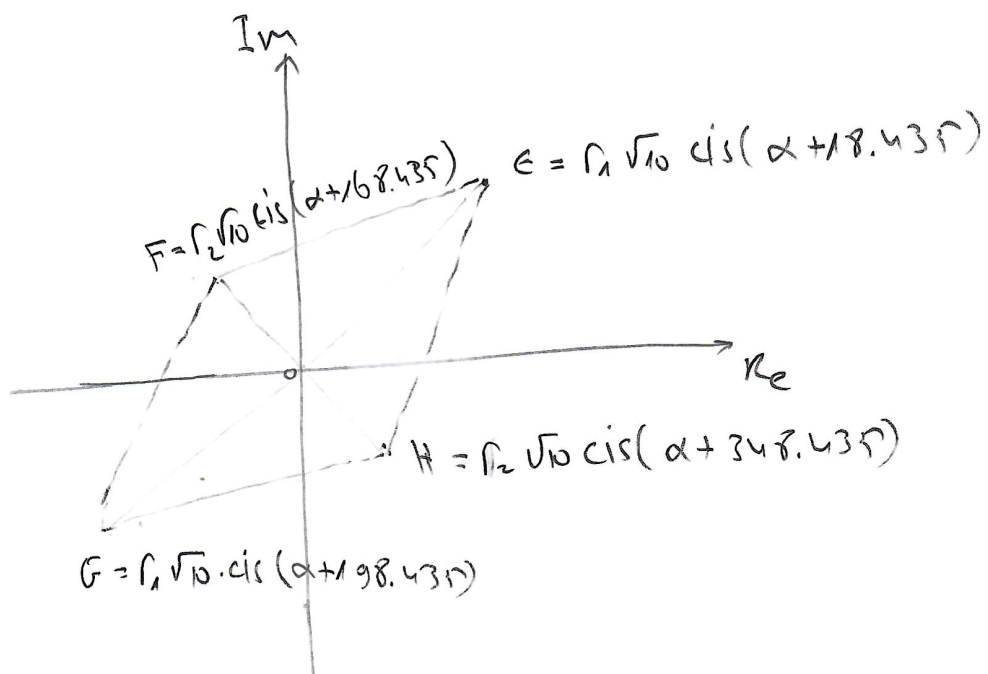
$$3) E = z_1 \cdot r_1 \operatorname{cis} \alpha = r_1 \cdot \sqrt{10} \operatorname{cis} (\alpha + 18.435^\circ)$$

$$G = z_1 \cdot r_1 \operatorname{cis} \alpha = r_1 \cdot \sqrt{10} \operatorname{cis} (\alpha + 198.435^\circ)$$

$$F = z_2 \cdot r_2 \operatorname{cis} (\alpha + 60^\circ) = r_2 \cdot \sqrt{10} \operatorname{cis} (\alpha + 168.435^\circ)$$

$$H = z_2 \cdot r_2 \operatorname{cis} (\alpha + 60^\circ) = r_2 \cdot \sqrt{10} \operatorname{cis} (\alpha + 348.435^\circ)$$

$$r_1 \neq r_2$$



$$\arg E - \arg G = 180^\circ$$

$$\arg F - \arg H = 180^\circ$$

$$OG = OE$$

$$OF = OH$$

↓

לכן נקודות E, F, G, H הן
 כנראה על אותו מעגל

$$S_{EFGH} = 14 \cdot 20 = 28$$

נ"ל

$$\arg F - \arg E = 150^\circ$$

$$\Rightarrow \frac{2r_1 \cdot \sqrt{10} \cdot 2r_2 \sqrt{10} \cdot \sin 150}{2} = 28$$

$$\Rightarrow \boxed{r_1 \cdot r_2 = \frac{14}{5}} \quad \text{נ"ל}$$

4) $f(x) = x \cdot e^x - 2e^x + 1$

1. גבולות

$$\lim_{x \rightarrow \infty} x \cdot e^x - 2e^x + 1 = \infty \cdot e^\infty - 2e^\infty + 1 \rightarrow \infty$$

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow -\infty} x \cdot e^x - 2e^x + 1 &= -\infty \cdot e^{-\infty} - 2 \cdot e^{-\infty} + 1 = \\ &= \cancel{-\frac{\infty}{e^\infty}} - \cancel{\frac{2}{e^\infty}} + 1 = 1 \end{aligned}$$

$\boxed{x \rightarrow -\infty}$
 $y = 1$ 1/2 ק"מ

2. נקודות קיצון

$$x=0 \Rightarrow f(0) = 0 - 2 + 1 = -1 \Rightarrow \boxed{(0, -1)} \quad \underline{\underline{2/2 \text{ ק"מ}}}$$

3. נגזרות

$$f'(x) = e^x + x \cdot e^x - 2e^x = x \cdot e^x - e^x$$

$\boxed{f'(x) = e^x(x-1)}$

$$f'(x) = 0 \Rightarrow \begin{matrix} e^x > 0 \\ \times f' \end{matrix} \Rightarrow x=1 \Rightarrow f(1) = e - 2e + 1 = \boxed{(1, 1-e)}$$

$$f''(x) = e^x(x-1) + e^x$$

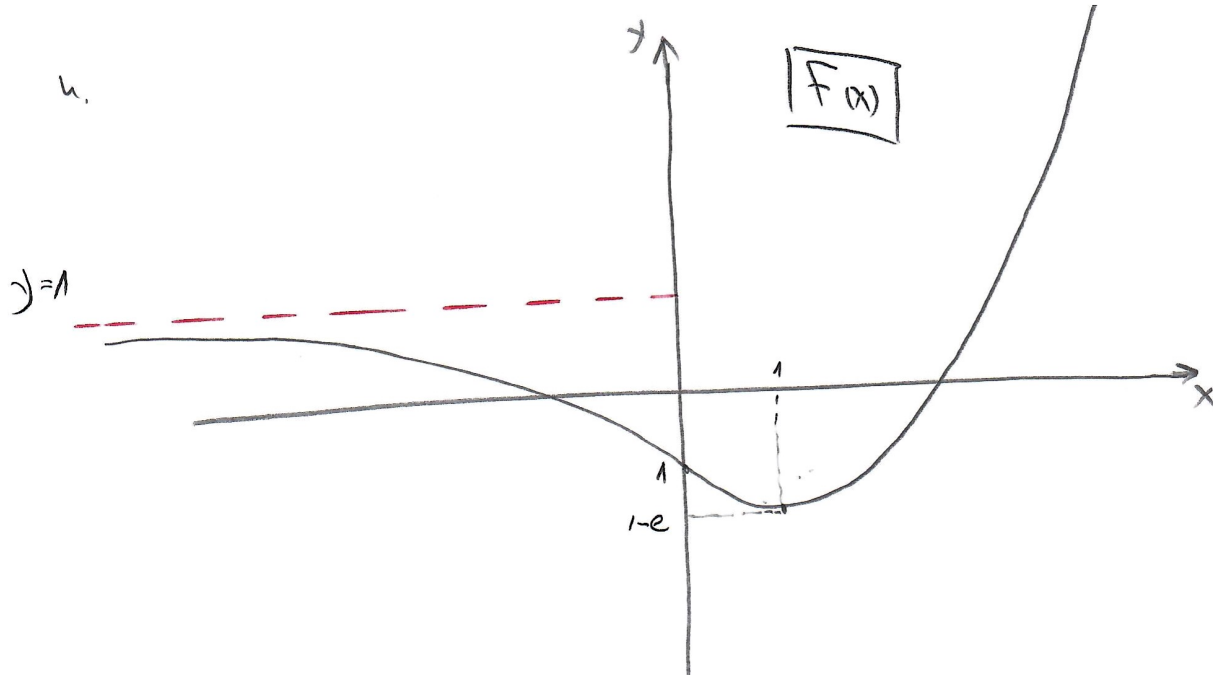
$\boxed{f''(x) = x e^x}$

$$f''(1) = e > 0 \Rightarrow \boxed{\min(1, 1-e)}$$

⌋

3/2 ק"מ

$x > 1$	<u>ה'ק</u>
$x < 1$	<u>ה'ק'</u>



2) $g(x) = \frac{1-e^x}{e^x-x}$

1. horizontal asymptote

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{1-e^x}{e^x-x} = \frac{1-\infty}{\infty-\infty} = \frac{-\infty}{\infty} = -1$$

$x \rightarrow \infty$
 $y = -1$

R.N.

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{1-e^x}{e^x-x} = \frac{1-e^{-\infty}}{e^{-\infty}+\infty} = \frac{1-\frac{1}{e^{\infty}}}{\frac{1}{e^{\infty}}+\infty} = \frac{1}{\infty} = 0$$

$x \rightarrow -\infty$
 $y = 0$

R.N.

2. x intercept

$$y=0 \Rightarrow 1-e^x=0 \Rightarrow e^x=1$$

$$x=0 \Rightarrow \boxed{(0,0)} \text{ R.N.}$$

$$3. \quad g'(x) = \frac{-e^x(e^x - x) - (1 - e^x)(e^x - 1)}{(e^x - x)^2} =$$

$$= \frac{-\cancel{e^{2x}} + x \cdot e^x - e^x + 1 + \cancel{e^{2x}} - e^x}{(e^x - x)^2} = \frac{\overbrace{x e^x - 2e^x + 1}^{F(x)}}{(e^x - x)^2}$$

$$\boxed{g'(x) = \frac{F(x)}{(e^x - x)^2}} \quad \underline{\text{ל.ל.}}$$

2) נמצא נק' קיצון

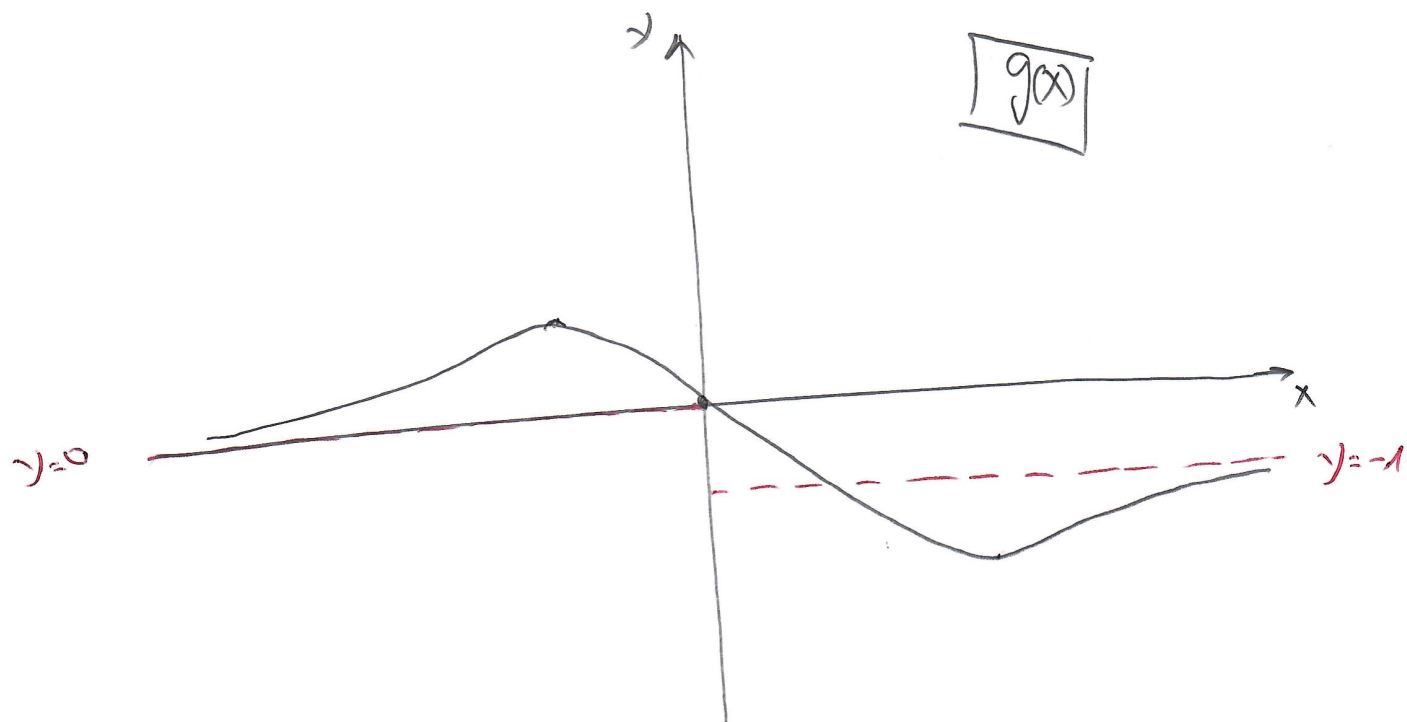
$$g'(x) = 0 \Rightarrow F(x) = 0 \Rightarrow \text{זו הנקודה היחידה שבה } F(x) = 0$$

ה- x בעלים. נסב במין הכלל. כל ה- x וכו'

במין המוכי. במין הכלל $F(x)$ עובר לנקודה קיצונית
 פנין נכחי $F(x) \leq 0$ וכלי $F(x) \leq 0$ וכלי $F(x) \leq 0$
 פנין max נ' min

במין המוכי $F(x)$ עובר לנקודה קיצונית פנין
 כלל הסבר ק"ל נ' min $F(x)$

$$\underline{\text{ל.ל.}} \quad \boxed{\begin{array}{cc} \text{max} & \text{נ' } 1 \\ \text{min} & \text{נ' } 1 \end{array}}$$



$$\Rightarrow \int_{-1}^0 g(x) dx = \int_{-1}^0 \frac{1-e^x}{e^x-x} dx$$

↗ ↘

$$\boxed{u = e^x - x} \Rightarrow du = (e^x - 1) dx$$

! not the one

$$\Rightarrow \boxed{dx = \frac{du}{e^x - 1}}$$

$$\int_{-1}^0 \frac{1-e^x}{u} \cdot \frac{du}{e^x-1} = \int_{-1}^0 -\frac{1}{u} du = [-\ln u]_{-1}^0$$

$$= [-\ln(e^x - x)]_{-1}^0 = -\ln 1 - [-\ln(e^{-1} + 1)]$$

$$= \ln\left(\frac{1}{e} + 1\right) = 0.313$$

⇒ R.I.

5) $f(x) = x + \ln(x^2 - 3)$

1.)

דבר ראשון

$$x^2 - 3 > 0$$

$$\boxed{x < -\sqrt{3} \quad \text{או} \quad x > \sqrt{3}} \quad \text{אם לא}$$

2.

אם לא

$$\boxed{x = \pm \sqrt{3}}$$

אם לא

3.

הנגזרת

$$\boxed{f'(x) = 1 + \frac{2x}{x^2 - 3} = \frac{x^2 + 2x - 3}{x^2 - 3}}$$

$$f'(x) = 0 \Rightarrow x^2 + 2x - 3 = 0$$

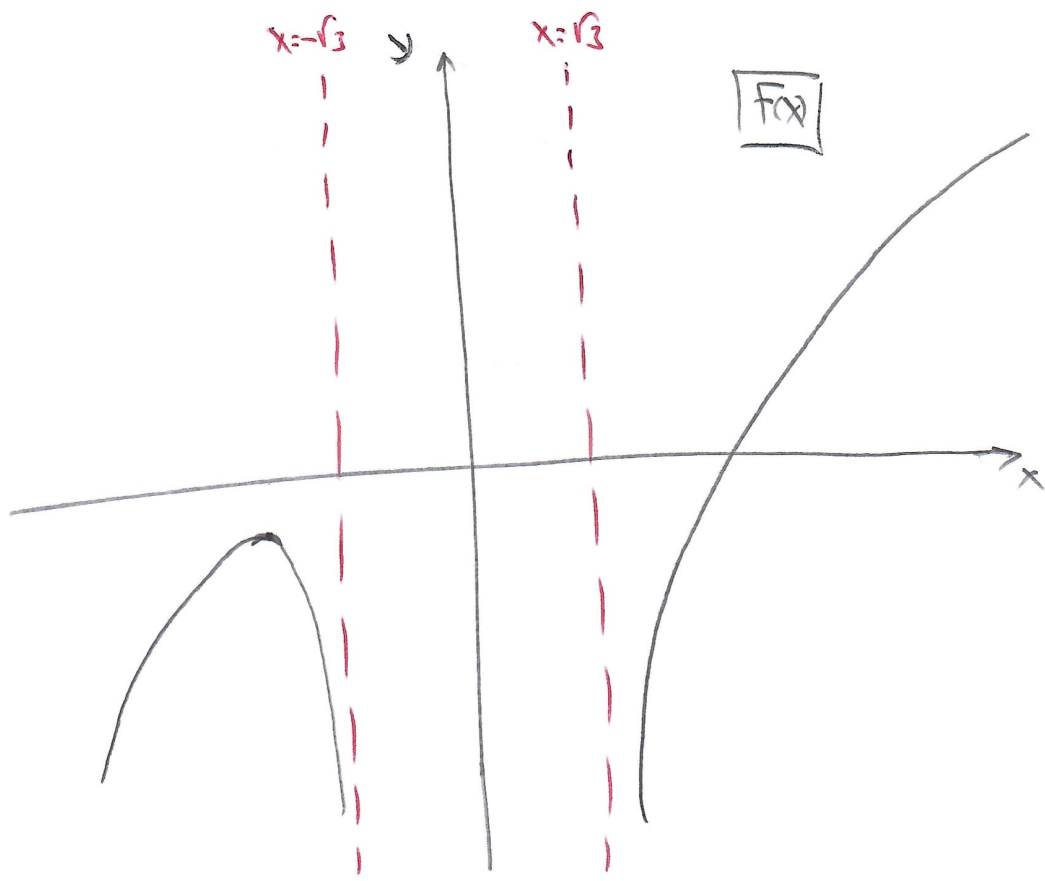
$$x_1 = -3 \Rightarrow f(-3) = -3 + \ln 6 \Rightarrow (-3, -3 + \ln 6)$$

$$x_2 = 1 \quad \text{אם לא}$$

$$f''(x) = \frac{2(x^2 - 3) - 2x \cdot 2x}{(x^2 - 3)^2}$$

$$\boxed{f''(x) = \frac{-2x^2 - 6}{(x^2 - 3)^2}}$$

$$f''(-3) = \frac{-24}{36} < 0 \Rightarrow \boxed{\max(-3, -3 + \ln 6)} \quad \text{אם לא}$$



1. $\frac{f'(x)}{f(x)}$ א. הצדקה:

$x < -\sqrt{3} \quad \text{או} \quad x > \sqrt{3}$

פונ' הנגזרת מוגדרת
בהנחה שבו הפונ' מוגדרת

2. אסמבלט ארבי

$x = \pm\sqrt{3}$

לפי בי

למין א. ההצדקה

אסמבלט אורקו

המשקל הדבורה באינה שווה למשקל האלמנט הדבורה
באופן כללי קורה אסמבלט אורקו - אסמבלט
משקל לקח המשקל הדבורה באינה ובאופן.

$\gamma = 1$

3. איגוף של x ו- y ב- $\vec{F}$

$$y=0 \Rightarrow x^2+2x-3=0$$

$$x_1 = -3$$

$$x_2 = 1 \neq 0$$

$$\Rightarrow (-3, 0)$$

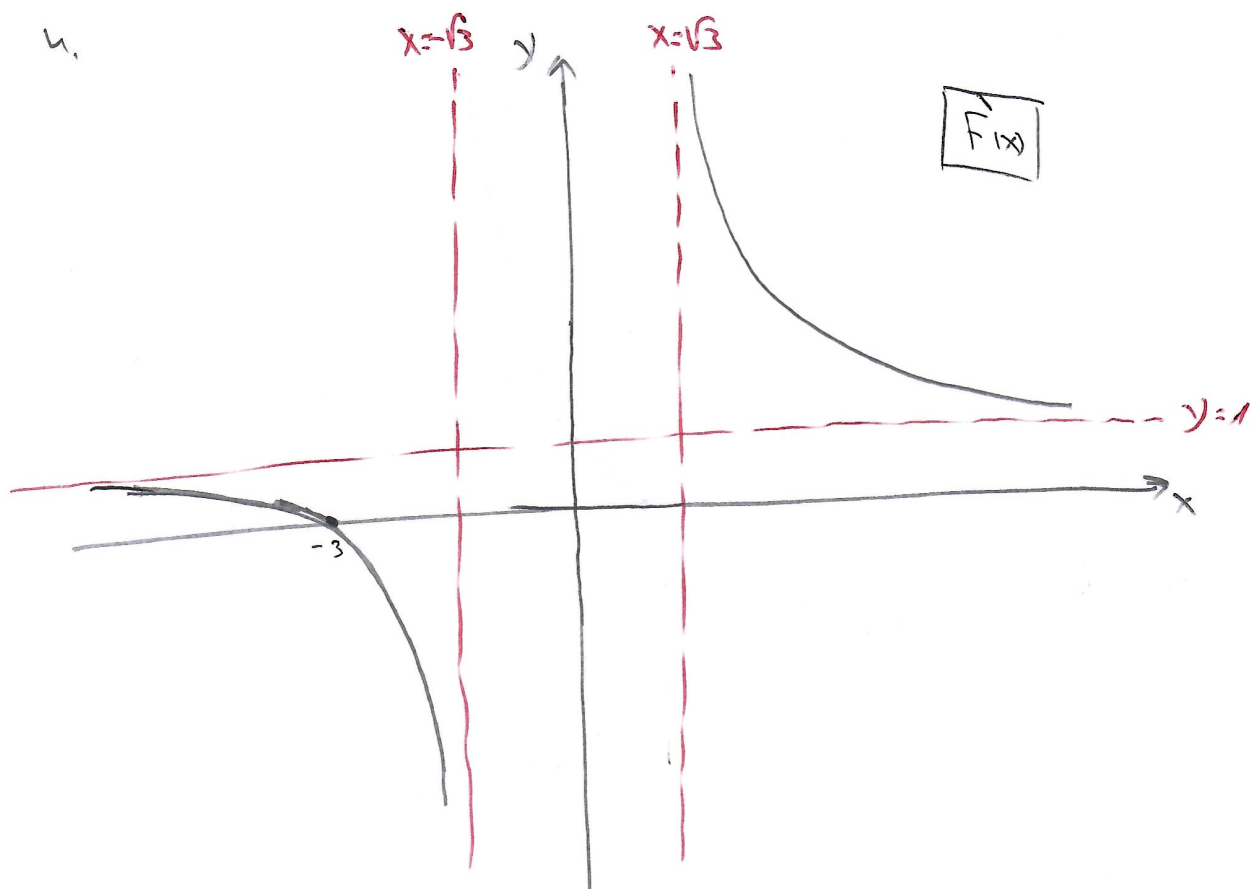
(נקודת חיתוך)
אחת

ק!

איגוף של y ו- x ב- $\vec{F}$

$x=0 \neq 0$ בחישוב הנקודה

4.



$$c) \quad g(x) = e^{f(x)} = e^{x + \ln(x^2 - 3)} = e^x \cdot e^{\ln(x^2 - 3)} = e^x (x^2 - 3)$$

1. נציג

$$g'(x) = f'(x) \cdot e^{f(x)}$$

$$g'(x) = 0$$

$$\Rightarrow f'(x) = 0 \Rightarrow$$

$$x = -3$$

$$x = 1 \quad \text{לא}$$

הנה נראה

אם $f(x) > 0$
אז $e^{f(x)} > 0$

$$g(-3) = e^{f(-3)} = e^{-3} \cdot 6 = \frac{6}{e^3}$$

$$\left(-3, \frac{6}{e^3}\right)$$

x	$x < -3$	-3	$-3 < x < -\sqrt{3}$	$-\sqrt{3}$		$\sqrt{3}$	$x > \sqrt{3}$
$f'(x)$	+		-				+
$f(x)$		max					

אם $e^{f(x)} > 0$ אז $f'(x) > 0$ אז $f(x)$ עולה
אם $e^{f(x)} > 0$ אז $f'(x) < 0$ אז $f(x)$ יורד

אם נחזיר בחזרה

$$\max\left(-3, \frac{6}{e^3}\right)$$

אם $x > \sqrt{3}$; $x < -\sqrt{3}$ אז
אם $-3 < x < -\sqrt{3}$ אז

אם
2.

3) $f(x)$ איז פונקציע x בייזאנדע. $f'(x)$ איז פונקציע x בייזאנדע.
 (4) $f(4) = 66$ $-4 < x < 3$ $f'(x) = e^{f(x)}$

$$S = \int_{-4}^{-3} f'(x) \cdot e^{f(x)} dx = \left[e^{f(x)} \right]_{-4}^{-3}$$

פאר איין פונקציע
הענטער

פאר איין פונקציע
הענטער

$$\left\{ \begin{array}{l} u = f(x) \Rightarrow du = f'(x) dx \\ dx = \frac{du}{f'(x)} \end{array} \right\}$$

$$\int_{-4}^{-3} f'(x) \cdot e^u \cdot \frac{du}{f'(x)} = \int_{-4}^{-3} e^u du = \left[e^u \right]_{-4}^{-3} = \left[e^{f(x)} \right]_{-4}^{-3}$$

$$= e^{f(-3)} - e^{f(-4)} = e^{-3 \cdot 66} - [e^{-4 \cdot 13}]$$

$$= \frac{6}{e^3} - \frac{13}{e^4} = \underline{\underline{0.06}}$$