

ה ש א ל ו ת

שים לב! הסבר את כל פעולותיך, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה.
חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.

פרק ראשון – אלגברה והסתברות ($33\frac{1}{3}$ נקודות)

ענה על שתיים מהשאלות 1-3 (לכל שאלה – $16\frac{2}{3}$ נקודות).

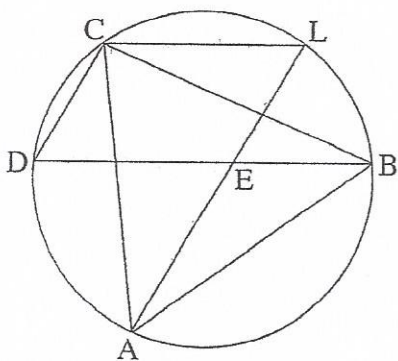
שים לב! אם תענה על יותר משתי שאלות, ייבדקו רק שתי התשובות הראשונות שבמחברתך.

1. נמל A ונמל B נמצאים על אותה גדה של נהר, שכיוון הזרם שלו הוא מ-A ל-B.
רפסודה הפליגה בשעה 9:00 בבוקר מנמל A אל נמל B, והיא נישאה על גבי הזרם של הנהר
כך שמהירות הרפסודה היא מהירות הזרם.
באותה שעה הפליגה סירה מנמל B (נגד כיוון הזרם) לכיוון נמל A.
מהירות הסירה במים עומדים היא 15 קמ"ש.
הסירה הגיעה לנמל A, ומיד חזרה אל נמל B.
ידוע כי הרפסודה והסירה יגיעו לנמל B באותה שעה.
נתון כי הרפסודה והסירה נפגשו לראשונה כעבור 5 שעות מרגע הפלגתן.
האם הסירה והרפסודה יגיעו לנמל B עד לשעה 9:00 בערב באותו היום? נמק.
מהירות הזרם ומהירות הסירה במים עומדים הן קבועות.
הערה: בחישוביך דייק עד שתי ספרות אחרי הנקודה העשרונית.

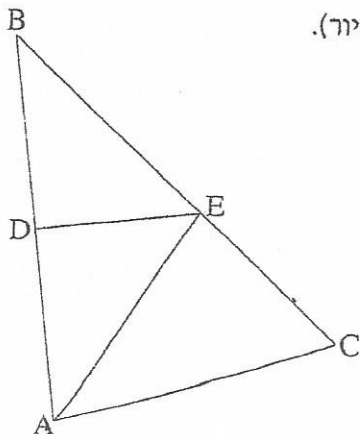
2. נתונה סדרה הנדסית אין-סופית יורדת: $a_1, a_2, a_3, a_4, \dots$
 סכום כל איברי הסדרה בלי האיבר הראשון הוא 6.
 מחליפים את הסימנים של כל האיברים הנמצאים במקומות הזוגיים בסדרה,
 ומתקבלת סדרה הנדסית חדשה: $a_1, -a_2, a_3, -a_4, \dots$
 סכום כל איברי הסדרה החדשה בלי האיבר הראשון הוא 3 -.
 מהאיברים של הסדרה הנתונה בנו סדרה שלישית: $\frac{1}{a_2}, \frac{1}{a_3}, \frac{1}{a_4}, \dots$
 א. הוכח כי הסדרה השלישית היא סדרה הנדסית.
 ב. נתון כי סכום n האיברים הראשונים בסדרה השלישית הוא 273.25.
 מצא את n .
3. בעיר מסוימת יש תושבים המשתתפים בחוג לריקודי עם, יש תושבים המשתתפים בחוג לתאטרון ויש תושבים המשתתפים בשני החוגים.
 נמצא כי המאורע "תושב העיר משתתף בחוג לריקודי עם" והמאורע "תושב העיר משתתף בחוג לתאטרון" הם מאורעות בלתי תלויים.
 מספר התושבים שמשתתפים בחוג לריקודי עם גדול פי 2 ממספר התושבים שמשתתפים בחוג לתאטרון.
 מבין התושבים שמשתתפים בחוג לתאטרון, 60% משתתפים בחוג לריקודי עם.
 א. מהו אחוז התושבים בעיר שמשתתפים בחוג לריקודי עם וגם בחוג לתאטרון?
 ב. יום אחד נערך בעיר כנס שהשתתפו בו כל התושבים המשתתפים בחוג לריקודי עם, ורק הם.
 עיתונאי ראיין 6 משתתפים בכנס שנבחרו באקראי.
 מהי ההסתברות שלפחות 2 מהם משתתפים בחוג לתאטרון?

פרק שני — גאומטריה וטריגונומטריה במישור ($33\frac{1}{3}$ נקודות)

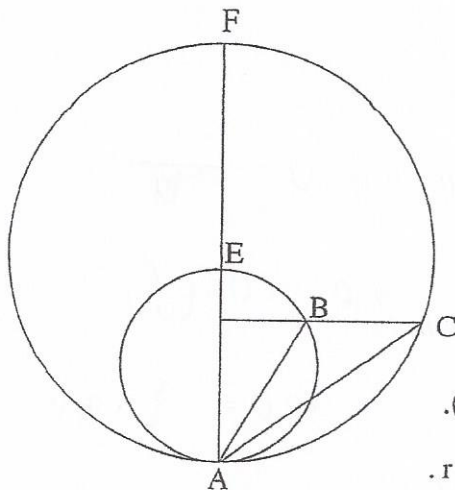
ענה על שתיים מהשאלות 4-6 (לכל שאלה — $16\frac{2}{3}$ נקודות).
שים לב! אם תענה על יותר משתי שאלות, ייבדקו רק שתי התשובות הראשונות שבמחברתך.



4. משולש שווה-צלעות ABC חסום במעגל.
נקודות D ו-L נמצאות על המעגל כך ש- $BD \parallel LC$.
המיתרים AL ו-BD נחתכים בנקודה E (ראה ציור).
א. הוכח כי המרובע LEDC הוא מקבילית.
ב. (1) הוכח כי $\triangle ADE$ הוא משולש שווה-צלעות.
(2) הוכח כי $LC + LB = LA$.



5. במשולש ABC האנך האמצעי לצלע BA חותך את הצלעות BC ו-BA בנקודות E ו-D בהתאמה (ראה ציור).
נתון: $\angle ABC = \beta$, $\angle BAC = \alpha$.
א. (1) הבע באמצעות α ו- β את $\angle EAC$.
(2) הבע באמצעות α ו- β את היחס $\frac{CE}{EB}$.
נתון גם: AE חוצה-זווית BAC, $AC = 10$ ס"מ, $\beta = 40^\circ$.
ב. חשב את הרדיוס של המעגל החסום במשולש ABC.



6. שני מעגלים, גדול וקטן, משיקים מבפנים בנקודה A.

נקודה F נמצאת על המעגל הגדול כך שקטע המרכזים

של שני המעגלים נמצא על AF.

AF חותך את המעגל הקטן בנקודה E.

דרך נקודה B שעל המעגל הקטן העבירו ישר המקביל

למשיק המשותף לשני המעגלים.

המקביל חותך את המעגל הגדול בנקודה C (ראה ציור).

רדיוס המעגל הגדול הוא R, ורדיוס המעגל הקטן הוא r.

נתון: $\angle FAB = \beta$, $\angle BAC = \alpha$.

א. (1) הבע באמצעות α ו- β את $\angle BCA$. נמק.

(2) הבע רק באמצעות α ו- β את היחס $\frac{AC}{AB}$.

ב. הבע באמצעות α ו- β את היחס $\frac{R}{r}$.

**פרק שלישי – חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי של פולינומים,
של פונקציות שורש, של פונקציות רציונליות ופונקציות טריגונומטריות**

($33\frac{1}{3}$ נקודות)

ענה על שתיים מהשאלות 7-9 (לכל שאלה – $16\frac{2}{3}$ נקודות).
שים לב! אם תענה על יותר משתי שאלות, ייבדקו רק שתי התשובות הראשונות שבמחברתך.

7. נתונה הפונקציה $f(x) = \frac{x^2 + x - a}{x^2 - x + a}$. a הוא פרמטר גדול מ-1.

הפונקציה $f(x)$ מוגדרת לכל x .

א. (1) מצא את האסימפטוטות של $f(x)$ המקבילות לצירים (אם יש כאלה).

(2) מצא את השיעורים של נקודות הקיצון של $f(x)$, וקבע את סוגן.

(הבע באמצעות a במידת הצורך.)

(3) ידוע כי גרף הפונקציה $f(x)$ חותך את ציר ה- x בשתי נקודות בדיוק.

סרטט סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.

ב. בתחום $x \leq 0$, השטח המוגבל על ידי הגרף של $f'(x)$, על ידי הישר $x = -1$

ועל ידי ציר ה- x , שווה ל- $\frac{1}{2}$.

חשב את נקודות החיתוך של גרף הפונקציה $f(x)$ עם ציר ה- x (מצא ערכים מספריים).

/המשך בעמוד 7/

8. במשולש שווה-שוקיים ABC ($AB = AC$) אורך השוק הוא b .

BD הוא גובה לשוק AC . DE הוא אנך לבסיס BC .

סמן $\angle BAC = 2x$, ומצא מה צריך להיות הגודל של $\angle BAC$,

כדי שאורך האנך DE יהיה מקסימלי.

בתשובתך דייק עד שתי ספרות אחרי הנקודה העשרונית.

9. בטבלה שלפניך מוצגים ערכים מסוימים של הפונקציה $f(x)$ בקטע $1 < x < 2$.

x	1.1	1.2	1.3	1.4
$f(x)$	1.19	1.28	1.36	1.43

הפונקציה $f(x)$ חיובית בקטע הנתון, ואין לה נקודות קיצון פנימיות בקטע זה.

נתון כי פונקציית הנגזרת השנייה $f''(x)$ שלילית בקטע הנתון.

א. קבע מהו הסימן של $f'(1.2)$. נמק.

ב. קבע אם הטענה $f'(1.3) < f'(1.2) < f'(1.1)$ נכונה. נמק.

נתונה הפונקציה $g(x) = \sqrt{f(x)}$ בקטע $1 < x < 2$.

ג. בקטע הנתון מצא תחומי עלייה וירידה של הפונקציה $g(x)$ (אם יש כאלה). נמק.

ד. הראה כי בתחום $1.1 \leq x \leq 1.3$ אין פתרון למשוואה $g'(x) = f'(x)$.

בהצלחה!

יכות היוצרים שמורה למדינת ישראל
אין להעתיק או לפרסם אלא ברשות משרד החינוך