

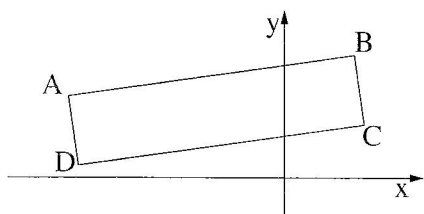
השאלות

שים לב! הסבר את כל פעולותיך, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה.
חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.

פרק ראשון — גאומטריה אנליטית, וקטורים, טריגונומטריה במרחב, מספרים מרוכבים ($66\frac{2}{3}$ נקודות)

ענה על שתיים מבין השאלות 1-3 (לכל שאלה — $33\frac{1}{3}$ נקודות).

שים לב! אם תענה על יותר משתי שאלות, ייבדקו רק שתי התשובות הראשונות שבמחברתך.



1. מעגל שמרכזו על ציר ה- x

עובר דרך הנקודות $(1, 4)$ ו- $(-6, 3)$

(שאינן קדקודי המלבן שבציור).

הצלע AB של המלבן ABCD מונחת על ישר

העובר דרך הנקודות האלה.

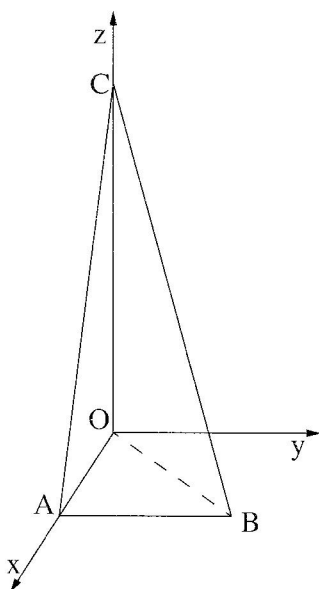
קדקודי המלבן ABCD נמצאים ברביע הראשון וברביע השני, כמתואר בציור.

א. מצא את נקודות החיתוך של המעגל עם ציר ה- x .

ב. המשכי הצלעות BC ו-AD עוברים דרך נקודות החיתוך של המעגל עם ציר ה- x .

נתון כי המרחק של הצלע DC מראשית הצירים הוא $\sqrt{2}$.

מצא את שטח המלבן ABCD.



2. נתונה פירמידה AOBC.

המקצוע AO מונח על החלק החיובי של ציר ה- x ,

המקצוע CO מונח על החלק החיובי של ציר ה- z ,

והמקצוע AB נמצא במישור $[xy]$, כך ששיעור ה- x

ושיעור ה- y של הקדקוד B חיוביים

(ראה ציור).

נתון: $AO = 3$, $CO = 12$, $BO = 5$, $\vec{AC} \cdot \vec{AB} = 0$.

א. מהו המצב ההדדי בין הישר AB ובין ציר ה- y ? נמק.

ב. מצא את הזווית בין המישור CAB ובין המישור $[zy]$.

ג. נקודה D נמצאת במישור CAB ובמישור $[xy]$

כך ש- $CB = CD$.

מצא את הזווית בין הישר CD למישור $[zy]$.

3. המספר המרוכב z_1 נמצא במישור גאוס ברביע הראשון על מעגל שרדיוסו 2

ומרכזו ראשית הצירים O.

המספר המרוכב z_2 נמצא במישור גאוס ברביע השני על מעגל שרדיוסו 4

ומרכזו ראשית הצירים O.

נתון כי הזווית בין הקטע Oz_2 ובין הקטע Oz_1 היא 60° .

המספרים z_1 ו- z_2 הם האיבר הראשון והאיבר השני בסדרה הנדסית בהתאמה.

z_4 הוא האיבר הרביעי בסדרה זו.

א. הראה כי z_1 ו- z_4 נמצאים על קו ישר אחד העובר דרך ראשית הצירים.

ב. נתון גם: $z_1 \cdot z_4 = -32i$.

מצא את הארגומנט (הזווית) של z_4 .

ג. מצא את שטח המשולש $z_1 z_2 z_4$.

פרק שני — גדילה ודעיכה, פונקציות חזקה,

פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות ($33\frac{1}{3}$ נקודות)

ענה על אחת מהשאלות 4-5.

שים לב! אם תענה על יותר משאלה אחת, תיבדק רק התשובה הראשונה שבמחברתך.

4. נתונה הפונקציה $f(x) = \frac{\ln(ax - 2)}{ax - 2}$, a הוא פרמטר שונה מ-0.

ענה על הסעיפים א ו ב עבור $a > 0$.

א. מצא (הבע באמצעות a במידת הצורך):

(1) את תחום ההגדרה של הפונקציה.

(2) את האסימפטוטה של הפונקציה המאונכת לציר ה- x .

(3) את נקודות החיתוך של גרף הפונקציה עם הצירים (אם יש כאלה).

(4) את השיעורים של נקודות הקיצון של הפונקציה (אם יש כאלה), וקבע את סוגן.

ב. סרטט סקיצה של גרף הפונקציה.

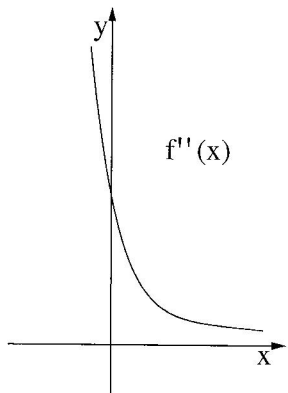
ענה על הסעיפים ג ו ד עבור $a < 0$.

ג. סרטט סקיצה של גרף הפונקציה.

ד. נתון כי האסימפטוטות של הפונקציה המאונכות לצירים נפגשות בנקודה $(-2, 0)$.

מצא את השטח המוגבל על ידי גרף הפונקציה, על ידי ציר ה- x

ועל ידי הישר $x = \frac{e+2}{a}$ (ערך מספרי).



5. נתונה הפונקציה $f(x) = \frac{x^2 + 2x + a}{e^x}$, a הוא פרמטר גדול מ-4.

בציור שלפניך נתון הגרף של פונקציית הנגזרת השנייה $f''(x)$.

הגרף של $f''(x)$ אינו חותך את ציר ה- x .

הפונקציה $f''(x)$ מוגדרת לכל x , ויורדת בכל תחום הגדרתה.

א. (1) מצא את נקודות החיתוך של גרף הפונקציה $f(x)$

עם הצירים (אם יש כאלה).

הבע באמצעות a במידת הצורך.

(2) מצא את תחומי העלייה והירידה של הפונקציה $f(x)$

(אם יש כאלה).

(3) האם לפונקציה $f(x)$ יש נקודות פיתול? נמק.

(4) סרטט סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.

ב. האם לפונקציית הנגזרת הראשונה $f'(x)$ יש נקודות פיתול? נמק.

ג. השטח, המוגבל על ידי הגרף של פונקציית הנגזרת הראשונה $f'(x)$, על ידי הצירים

ועל ידי הישר $x = 1$, שווה ל- $5 - \frac{8}{e}$.

מצא את הערך של a .

בהצלחה!