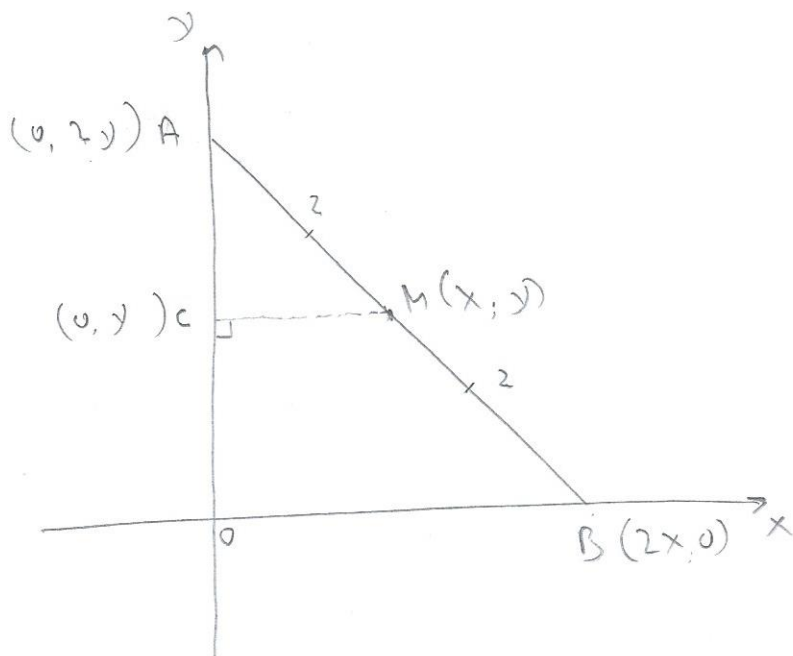


1



$$AB = 4 \quad \text{נתון}$$

$$AM = MB \quad \text{נתון}$$

$$MC \perp y \quad \text{כיון ש-M נמצא על הישר}$$

$$\Rightarrow C(0, y)$$

(קלס: במשפט המורה הוא מניח ולכן חסר) $AC = CO$
מורה דב מן המושג האחד -

$$\Rightarrow A(0, 2)$$

$$AM = MB$$

$$\Rightarrow x = \frac{0 + x_B}{2} \Rightarrow \Rightarrow x_B = 2x \Rightarrow B(2x, 0)$$

$$AB = 4$$

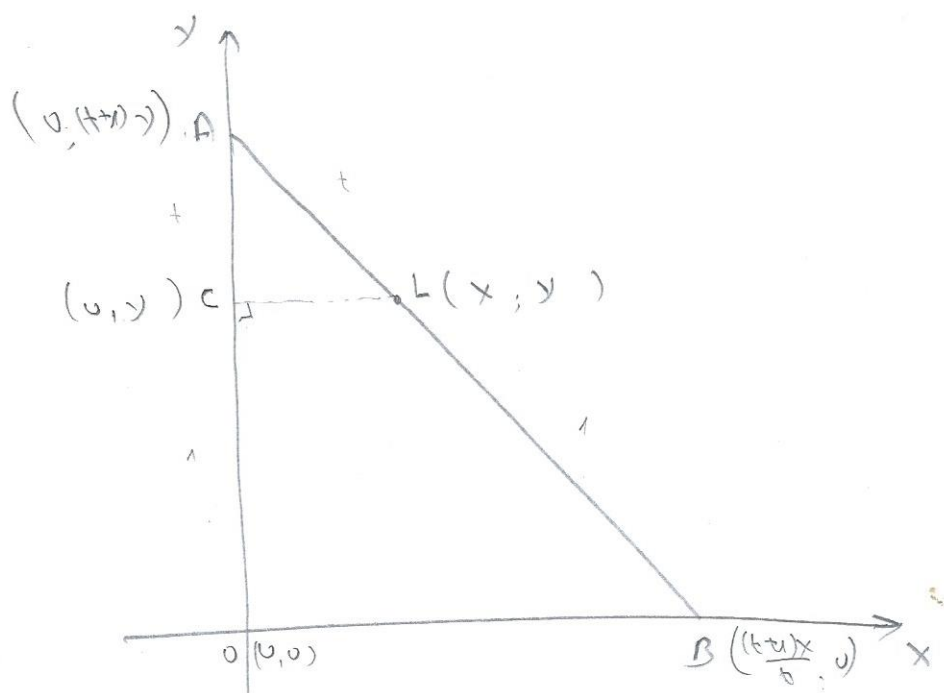
$$\Rightarrow (2x)^2 + (2-2)^2 = 4^2$$

$$\Rightarrow 4x^2 + 4y^2 = 16 \quad / : 4$$

$$\boxed{x^2 + y^2 = 4}$$

הנקודה הממוצעת היא נקודה שוויון

א.א.כ



$$\frac{AL}{LB} = t$$

$$\frac{AL}{LB} = \frac{AC}{CO} = t \quad \text{after the use of}$$

the same ratio — the use of A — the use of

$$y = \frac{y_A + 0}{t+1} \Rightarrow y_A = (t+1)y \Rightarrow A(0, (t+1)y)$$

the same ratio — the use of B — the use of

$$x = \frac{0 + x_B \cdot t}{t+1} \Rightarrow x_B = \frac{(t+1)x}{t} \Rightarrow B\left(\frac{(t+1)x}{t}, 0\right)$$

$$AB = 4$$

$$\Rightarrow \left(\frac{(t+1)x}{t}\right)^2 + ((t+1)y)^2 = 16$$

$$\frac{(t+1)^2 x^2}{t^2} + (t+1)^2 y^2 = 16 \quad / : 16$$

$$\frac{(t+1)^2 x^2}{16t^2} + \frac{(t+1)^2 y^2}{16} = 1$$

←

$$\Rightarrow \frac{x^2}{\left(\frac{4t}{t+1}\right)^2} + \frac{y^2}{\left(\frac{4}{t+1}\right)^2} = 1$$

c) $\frac{1}{2} \log_e \frac{1}{2} = -0.5$ bits

$$\frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{4} = 1$$

$$\left(\frac{y}{t+1} = 2 \quad \text{if } \frac{y}{t+1} = -2 \right) \quad \text{and} \quad \left(\frac{y}{t+1} = 2 \quad \text{if } \frac{y}{t+1} = -2 \right)$$

$$t = 1 \quad \frac{1}{c} \quad t = -\frac{1}{3}$$

$$t = 1$$

$$t = 1$$



3)

הנקודות הנמצאות על הישר הן
 נקודות על הישר הן

$(a, 0)$

$$a = 5 \Rightarrow a^2 = 25$$

$$\Rightarrow \left(\frac{4t}{t+1} \right)^2 = 25$$

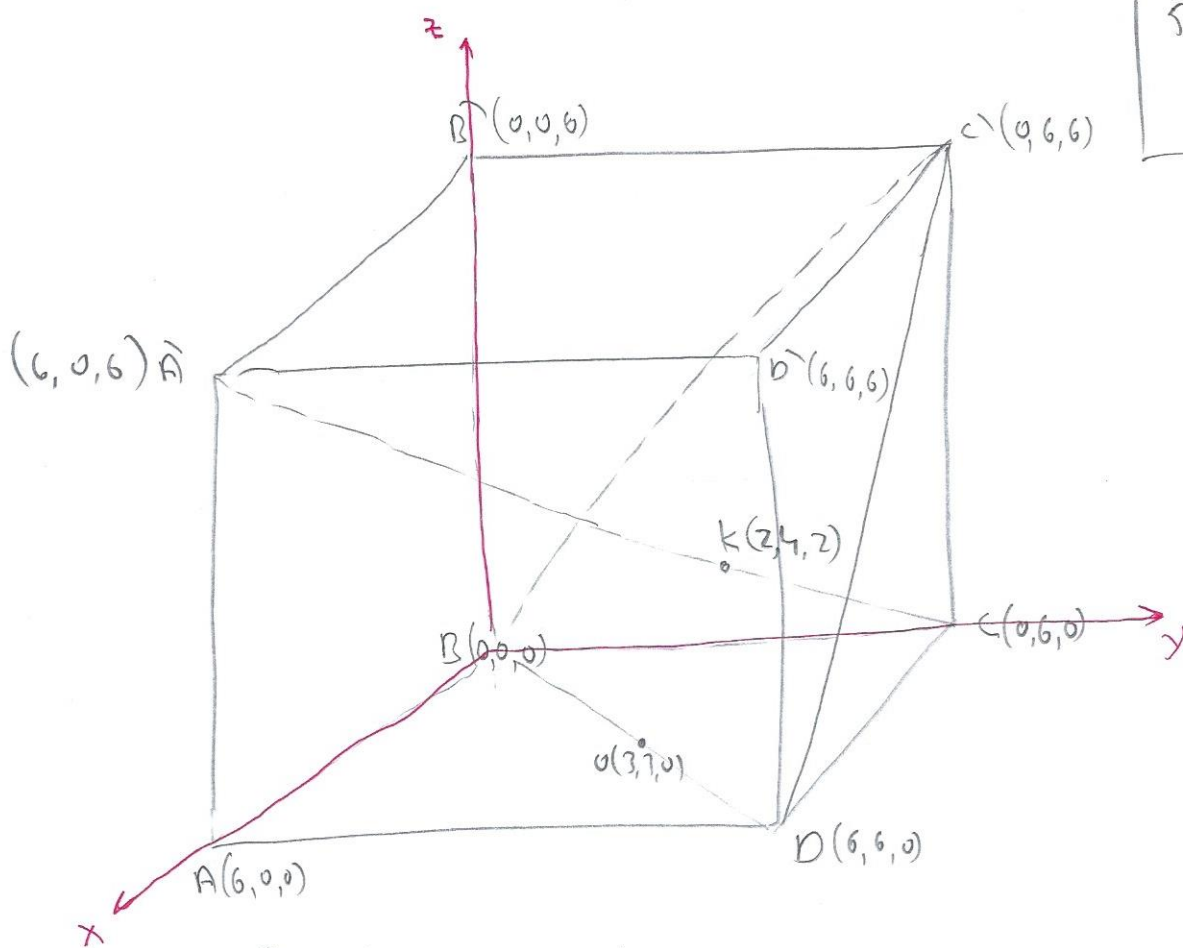
$$\Rightarrow \frac{4t}{t+1} = 5 \quad \text{או} \quad \frac{4t}{t+1} = -5$$

$$t = -5 \quad \text{או} \quad t = -\frac{5}{9}$$

$\emptyset$

$\emptyset$

לכן $t > 0$ נמצא נקודות



נחון קוביה אונן חלצה 6

$$B(0,0,0)$$

לכיוון שנתון קוביה אונן חלצה 6 ונר' 6 היא
רש-היריב נחון חלצה 6 אף היריב

⌋

$$\begin{array}{lll} A(6,0,0) & A'(6,0,6) & D'(6,6,6) \\ C(0,6,0) & B'(0,0,6) & \\ D(6,6,0) & C'(0,6,6) & \end{array}$$

$$b) \vec{AC} = (-6, 6, -6) / : 6 \Rightarrow \vec{AC} = (-1, 1, -1)$$

$$\vec{BC} = (0, 6, 6) / : 6 \Rightarrow \vec{BC} = (0, 1, 1)$$

$$\cos \alpha = \frac{(-1, 1, -1) \cdot (0, 1, 1)}{\sqrt{1^2 + 1^2 + 1^2} \cdot \sqrt{1^2 + 1^2}} = \frac{0}{\sqrt{3} \cdot \sqrt{2}} \Rightarrow \boxed{\alpha = 90^\circ} \quad \text{חל 3/14}$$

$$a) \vec{BD} = (6, 6, 0) / : 6 \Rightarrow \vec{BD} = (1, 1, 0)$$



נמצא את המישור $\hat{A}C$ כך שיהיה $\perp BD$

$$\cos \alpha = \frac{(\vec{A}\vec{C}) \cdot (\vec{B}\vec{D})}{|\vec{A}\vec{C}| \cdot |\vec{B}\vec{D}|} = \frac{0}{|\vec{A}\vec{C}| \cdot |\vec{B}\vec{D}|} \Rightarrow \boxed{\alpha = 90^\circ}$$

$\Downarrow$

$$\vec{A}\vec{C} \perp \vec{B}\vec{D}$$

$$\vec{A}\vec{C} \perp \vec{B}\vec{C} \quad (\text{לפי תנאי הבעיה})$$

$$\Rightarrow \boxed{\vec{A}\vec{C} \perp \Pi: \vec{B}\vec{C} \subset \Pi} \quad \begin{array}{l} \text{(וקטור הנורמל של המישור)} \\ \text{הוא פרופורציונלי ל} \vec{A}\vec{C} \end{array}$$

לפיכך

ד) $\ell_{AC}: \underline{x} = (0, 0, 0) + t(-1, 1, -1)$

לניקוי $\vec{A}\vec{C}$ לאורך קוטר BC של $\vec{A}\vec{C}$
הוא דם וקטור הניקוי $\vec{A}\vec{C}$ הוא

$$\Pi: -x + y - z = 0$$

$$D=0 \Leftrightarrow D(0,0,0)$$

$$\Pi: -x + y - z = 0 \quad / : -1$$

$$\boxed{\Pi: x - y + z = 0}$$

הצבה

$$\underline{x} = \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}$$

(כדי לא לשלול את המישור)

$$\begin{cases} x = 6 - t \\ y = t \\ z = 6 - t \end{cases}$$

הצבה

(לפי תנאי הבעיה)

$$6 - t - t + 6 - t = 0 \Rightarrow \boxed{t = 4}$$

$$\boxed{\underline{x} = (2, 4, 2)}$$

$\leftarrow$

$$\vec{AK} = (-4, 4, -4)$$

$$\vec{AC} = (-6, 0, -6)$$

$$\Rightarrow \vec{AK} = \frac{2}{3} \vec{AC} \Rightarrow \boxed{\frac{\vec{AK}}{\vec{AC}} = \frac{2}{3}} \quad \underline{\underline{\text{לפי מ'}}$$

3)

למה הנק' 0

נק' החיתוך של שלושת הישרים אלינון, שהישרים הם
ריבוע והאנכונים חוצים זה את זה

אזי אנחנו רוצים מצא $O(3, 3, 0)$

למה זה נקודה בן ס' ר' א' אלינון שהם
ישרים למה נק' א' נמצאת א' א' ישר

$$\vec{AO} = (2, -2, -4)$$

$$\vec{CO} = (3, -3, -6)$$

$$\Rightarrow \boxed{\vec{AO} = \frac{2}{3} \vec{CO}} \Rightarrow$$

הנק' א' נמצאת
בנק' ס'

3

$$z \cdot \bar{z} = |z|^2$$

זכור

לזכור

582 19 תשס"ט
מחזור

$$z = a + bi$$

$$\bar{z} = a - bi$$

$$z \cdot \bar{z} = (a + bi)(a - bi) = a^2 + b^2$$

$$|z|^2 = \sqrt{a^2 + b^2}^2 = a^2 + b^2$$

$$\Rightarrow \boxed{z \cdot \bar{z} = |z|^2} \quad \text{לזכור}$$

לזכור

$$z = r \operatorname{cis} \theta$$

$$\bar{z} = r \operatorname{cis}(-\theta)$$

$$\Rightarrow z \cdot \bar{z} = r^2 \operatorname{cis} 0 = r^2$$

$$\Rightarrow \boxed{z \cdot \bar{z} = |z|^2}$$

$$|z| = r \Rightarrow |z|^2 = r^2$$

$$|z| = 1 \Rightarrow r = 1$$

זכור (לזכור)

$$z = r \cdot \operatorname{cis} \theta = \operatorname{cis} \theta$$

$$\frac{1}{z} = \frac{\operatorname{cis} 0}{\operatorname{cis} \theta} = \operatorname{cis}(-\theta) \Rightarrow \left| \frac{1}{z} \right| = 1$$

לזכור

2) 1. $|z| = 1 \Rightarrow r = 1$ זכור

$$z + \frac{1}{z} = \operatorname{cis} \theta + \operatorname{cis}(-\theta) = a + bi + a - bi = 2a$$

לזכור

2. $z_1 = a + bi = \operatorname{cis} \theta_1$

$$z_2 = c + di = \operatorname{cis} \theta_2$$

$$|z_1| = |z_2| = 1 \quad \text{זכור}$$

$$\Leftarrow b, d > 0 \quad \text{זכור}$$

$$\underbrace{z_1 + \frac{1}{z_1}}_{||} + \underbrace{z_2 + \frac{1}{z_2}}_{||} > 2 \quad || \wedge ||$$

$$2a \quad 2c \quad \left(\begin{smallmatrix} 1.00 & 0.0 \\ 1.0 & \end{smallmatrix} \right)$$

$$2a + 2c > 2$$

$$a + c > 1 \Rightarrow \overset{a}{||} \cos \theta_1 + \overset{c}{||} \cos \theta_2 > 1$$

$$|| \wedge || \Rightarrow \cos \theta_2 > 1 \quad \text{sk} \quad \cos \theta_1 < 0 \quad \text{sk}$$

$$|| \wedge || \Rightarrow -1 < \cos \theta < 1 \quad ||$$

$$\boxed{a, c > 0} \quad \text{f.c.v.}$$

$$(b, d > 0 \quad || \wedge ||)$$

$$\Rightarrow w = 1 \cdot \text{cis } \alpha \quad 0 < \alpha < \frac{\pi}{2}$$

$$a_1 = \frac{1}{w} = \text{cis } (-\alpha)$$

$$a_2 = w = \text{cis } \alpha$$

$$\Rightarrow q = \frac{a_2}{a_1} = \frac{\text{cis } \alpha}{\text{cis } (-\alpha)} = \underline{\underline{\text{cis } 2\alpha}} \quad \underline{\underline{|| \wedge ||}}$$

$$a_n = a_1 \cdot q^{n-1} = \text{cis } (-\alpha) \cdot (\text{cis } 2\alpha)^{n-1}$$

$$= \text{cis } (-\alpha) \cdot \text{cis } (2\alpha(n-1)) = \text{cis } (2n\alpha - 3\alpha)$$

$$\Rightarrow |a_n| = 1 \quad \underline{\underline{|| \wedge ||}}$$

←

$$S_5 = 0 \quad \text{||n||}$$

$$\Rightarrow \frac{a_1(q^5 - 1)}{q - 1} = 0 \quad \Rightarrow \quad a_1(q^5 - 1) = 0$$

$$\text{cis}(-\alpha) \cdot [(\text{cis } 7\alpha)^5 - 1] = 0$$

$$\text{cis}(-\alpha) \cdot (\text{cis } 10\alpha - 1) = 0$$

$$\text{cis}(-\alpha) = 0$$

||₂

$$\text{cis } 10\alpha = 1$$

$$\text{cis } 10\alpha = \text{cis } 0$$

$$10\alpha = 0 + 2\pi k$$

$$\alpha = \frac{\pi}{5} k$$

$$k=1 \Rightarrow$$

$$\alpha = \frac{\pi}{5}$$

$$k=2 \Rightarrow$$

$$\alpha = \frac{2\pi}{5}$$

K.N.
||

$a_1 \neq 0$
||n|| für R ||n||

4

$$f(x) = \ln\left(\frac{e^x}{e^x+1}\right)$$

582 2019 17
1/3/19

1. x חיובי

$$x=0 \Rightarrow \ln\left(\frac{e^x}{e^x+1}\right) = 0$$

$$\frac{e^x}{e^x+1} = 1 \Rightarrow e^x = e^x+1 \quad 0=1 \quad \text{לא}$$

x שלילי

$$x=0 \Rightarrow f(0) = \ln\left(\frac{1}{2}\right) = \ln 2^{-1} = -\ln 2 \Rightarrow$$

$$\text{אז } \boxed{(0, -\ln 2)}$$

2. הפונקציה היא חסומה מלמעלה וחסומה מלמטה.
כלומר היא נמצאת בתוך קטע.
אז נבדוק את הקצוות.

$\frac{f(x) > 0}{\text{לא}}$	$\frac{f(x) < 0}{\text{כן}}$
------------------------------	------------------------------

אז

$$3. \lim_{x \rightarrow \infty} \ln\left(\frac{e^x}{e^x+1}\right) = \ln\left(\frac{e^\infty}{e^\infty+1}\right) = \ln \frac{e^\infty}{e^\infty} = \ln 1 = 0$$

$$\boxed{\begin{matrix} x \rightarrow \infty \\ y = 0 \end{matrix}}$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \ln\left(\frac{e^x}{e^x+1}\right) = \ln \frac{0}{0+1} = \ln 0 \quad \text{לא}$$

←

4.

אנליזה של פונקציה

$$f'(x) = \left(\frac{e^x}{e^x+1} \right)' = \frac{e^x(e^x+1) - e^x \cdot e^x}{(e^x+1)^2} = \frac{e^x}{e^x+1}$$

$$= \frac{e^x}{(e^x+1)^2} \cdot \frac{e^x}{e^x+1}$$

$$e^x > 0$$

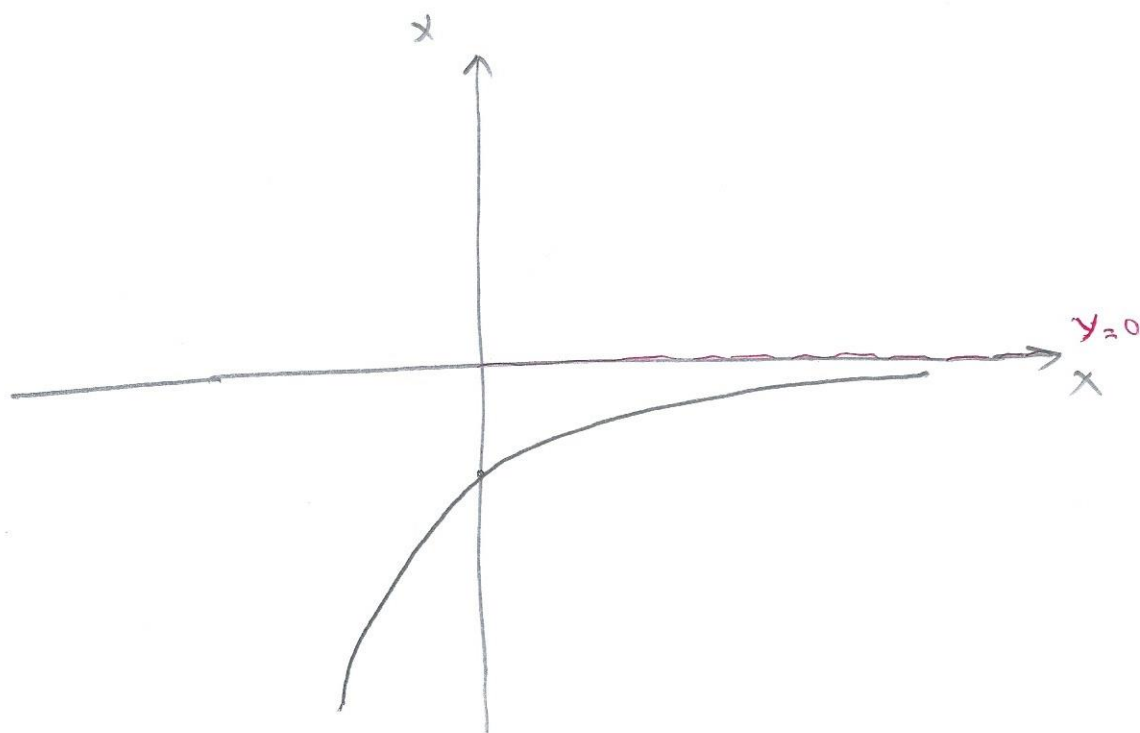
$$e^x+1 > 0$$

x for

$$\boxed{f'(x) = \frac{1}{e^x+1}}$$

$$x \text{ for } f'(x) > 0 \Rightarrow \boxed{x \text{ for } f'(x) > 0} \quad \underline{\text{R.1}}$$

2)



$$\begin{aligned} \text{c) } f(x) &= \ln\left(\frac{e^x}{e^x+1}\right) = \ln e^x - \ln(e^x+1) \\ &= \underset{1}{x \cdot \ln e} - \ln(e^x+1) = \underline{\underline{x - \ln(e^x+1)}} \end{aligned}$$

R.1

$$2. \quad e^x > 0 \quad \text{x בר}$$

$$\Rightarrow e^{x+1} > 1 \quad \text{x בר}$$

$$\Rightarrow \ln(e^{x+1}) > 0$$

$$\Rightarrow \boxed{x > x - \ln(e^{x+1})} \quad \underline{\underline{\text{Kv}}}$$

$$3) \quad g(x) = \frac{1}{\sqrt{e^{x+1}}}$$

$$1. \quad e^{x+1} > 0 \quad \text{x בר}$$

$$1 > 0$$

$$\Rightarrow \boxed{g(x) > 0 \quad \text{x בר}} \quad \underline{\underline{\text{x בר - כולל}}}$$

$$2. \quad 0 > 1 \quad \text{כאן } a > 1$$

$$V = \pi \cdot \int_0^{\ln a} [g(x)]^2 dx = \pi \cdot \int_0^{\ln a} \frac{1}{e^{x+1}} dx$$

$$= \pi \cdot \left[\ln \frac{e^x}{e^{x+1}} \right]_0^{\ln a} = \pi \cdot \left[\ln \left(\frac{e^{\overset{a = \ln a}{\ln a}}}{e^{\ln a + 1}} \right) - \ln \left(\frac{1}{2} \right) \right]$$

$$= \pi \cdot \left[\ln \left(\frac{a}{a+1} \right) + \ln 2 \right] = \pi \cdot \ln \left(\frac{2a}{a+1} \right)$$

$$(\log_a x + \log_a y = \log_a x \cdot y) \quad \underline{\underline{\text{Kv}}}$$

(5) $f(x) = \frac{e^{-mx}}{1+x^2}$

$m \geq 0$ | n/

1. $x \geq 0$

$x \geq 0 \Rightarrow 1+x^2 > 0$

$x \geq 0 \Rightarrow e^{-mx} > 0$

$\boxed{x \geq 0}$

2. $x < 0$

$\frac{x \geq 0}{x < 0}$

3. $\frac{e^{-m_1 x}}{1+x^2} = \frac{e^{-m_2 x}}{1+x^2} \Rightarrow e^{-m_1 x} = e^{-m_2 x}$

$\Rightarrow -m_1 x = -m_2 x$

$\Rightarrow m_2 x - m_1 x = 0$

$(m_2 - m_1)x = 0 \Rightarrow \boxed{x = 0}$

$f(0) = \frac{1}{1} = 1 \Rightarrow \boxed{(0, 1)}$ QED

4. $f'(x) = \frac{-m \cdot e^{-mx} \cdot (1+x^2) - e^{-mx} \cdot 2x}{(1+x^2)^2}$

$= \frac{e^{-mx}(-m - mx^2 - 2x)}{(1+x^2)^2}$



$$f(x) = \frac{-e^{-mx}(mx^2 + 2x + m)}{(1+x^2)^2}$$

(i)

מציאת נקודות קיצון

$$m \geq 0$$

אז

$$\Delta < 0$$

$$4 - 4m^2 < 0 \quad | :4$$

$$1 - m^2 < 0$$

אם



$$m < -1 \quad \text{או} \quad m > 1$$

$$m > 1$$

(ii)

מציאת נקודות קיצון

אם

$$m = 0$$

$$\rightarrow y = 2x$$

אם

$$m > 0$$

אז

$$\Delta = 0$$

$$m = 1$$

$$m = -1$$

$$m = 1$$

$$m = 0 ; m = 1$$

הנה

←

(iii')

למשל: $m = 1$

$\Delta > 0$ $\Rightarrow$ $m > 0$

$\Rightarrow$ $-1 < m < 1$

$0 < m < 1$

2.

I

במקרה $m > 1$ $\Rightarrow$ $\Delta < 0$

למשל: $m = 2$

$0 < m < 1$

אם $m > 1$ $\Rightarrow$ (iii')

II

במקרה $m < -1$ $\Rightarrow$ $\Delta < 0$

למשל: $m = -2$

$m > 1$

אם $m < -1$ $\Rightarrow$ (i)

III

במקרה $m = 0$ $\Rightarrow$ $\Delta = 0$

למשל: $m = 0$

$m = 0$

(ii) $m \neq 1$

אם $m = 0$ $\Rightarrow$ (ii)



e)

$$0 < \mu < 1$$

||n||

0.1.0.0.0 0.1.0.0.0 2 1.0 0.1
I 0.1 0.1

