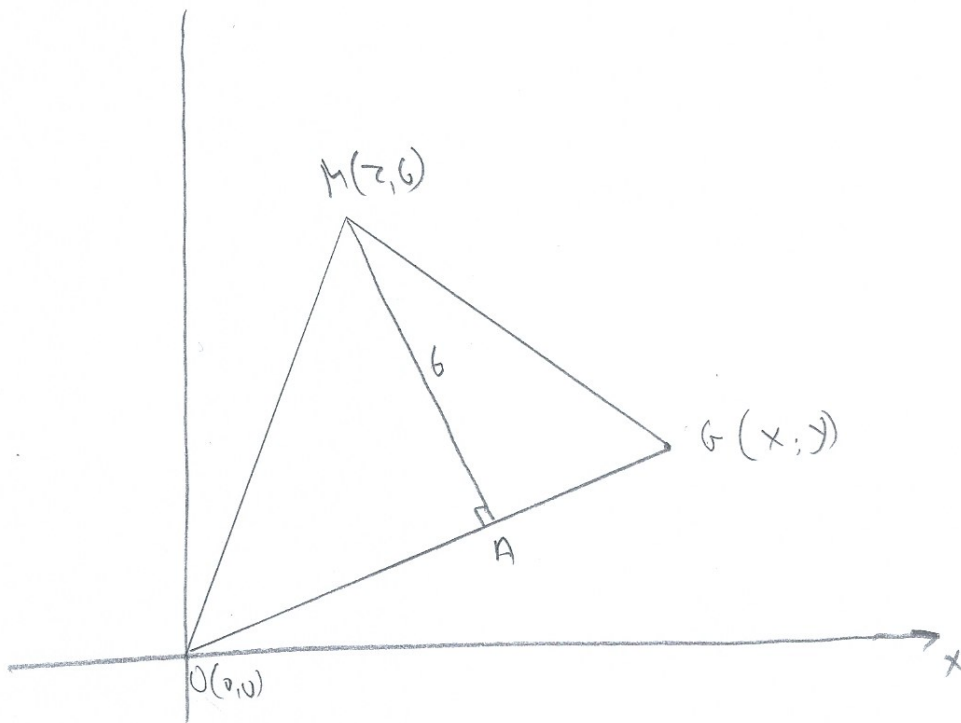


הפיתרון מוצע ע"י ניר דהן

קל 20 מ/ש 3/1
582

1



$$MA \perp OG \quad \text{(חוק)}$$

$$MA = 6 \quad \text{(חוק)}$$

$$y_0 = mx_0 \quad \text{משפט הישט :OG (קווי ריק הט-הריים)}$$

$$\Rightarrow mx_0 - y_0 = 0$$

למתן היתר M להסר OG הט 6

$$\Rightarrow \frac{|2m - 6|}{\sqrt{m^2 + 1}} = 6 \quad \Rightarrow |2m - 6| = 6 \cdot \sqrt{m^2 + 1} \quad \uparrow^2$$

$$4m^2 - 24m + 36 = 36m^2 + 36$$

$$32m^2 + 24m = 0$$

$$8m(4m + 3) = 0$$

←

(1)

$$m=0 \Rightarrow y_0=0$$

$$m=-\frac{3}{4} \Rightarrow y_0=-\frac{3}{4}x_0$$

הנק' $G(x,y)$ אקדמית הישרים Π

$$\boxed{y=0 ; y=-\frac{3}{4}x}$$

$$y_{OM} = 3x$$

2 13

(דבר זה נעשה הלאה בעת הנדרש)

$$I) S_{DOMG} = \frac{OG \cdot G}{2} = 3OG = \underline{\underline{3 \cdot \sqrt{x^2 + y^2}}}$$

II) OM נמצא במרחק G מהנק' G הישר OM

$$OM : 3x - y = 0 ; G(x,y)$$

$$d = \frac{|3x - y|}{\sqrt{10}}$$

$$OM = \sqrt{2^2 + 6^2} = \sqrt{40}$$

$$S_{DOMG} = \frac{\frac{|3x - y|}{\sqrt{10}} \cdot \sqrt{40}}{2} = \underline{\underline{|3x - y|}}$$

נשווה בין השניים:

$$|3x - y| = 3 \cdot \sqrt{x^2 + y^2} \uparrow^2$$

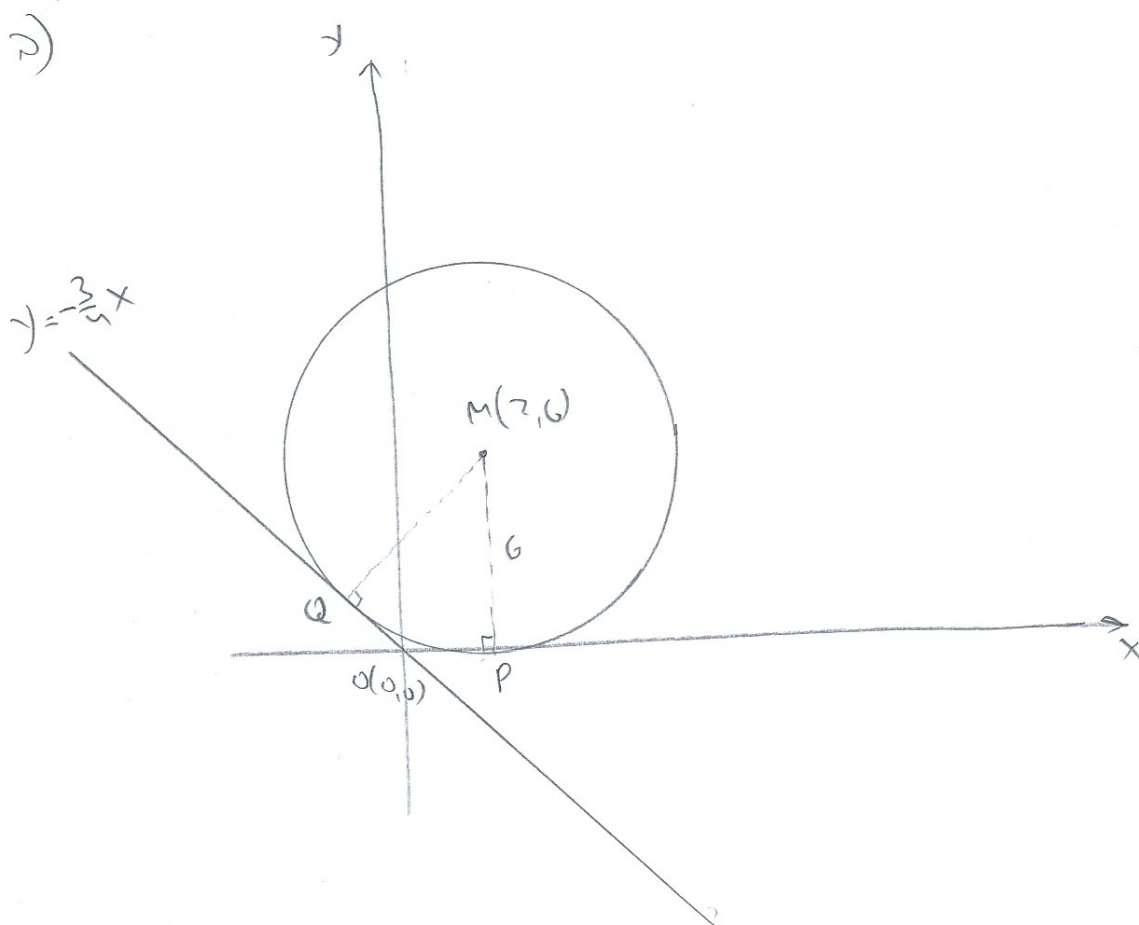
$$\cancel{9x^2} - 6xy + y^2 = \cancel{9x^2} + 9y^2$$

←

$$8y^2 + 6xy = 0$$

$$2y(4y + 3x) = 0$$

$$\boxed{y = 0 \quad ; \quad y = -\frac{3}{4}x}$$



אחד מנק' היסודים הוא $y=0$ (ציר ה-x), השני
 נק' קצה ה-x והכיוון שבו נעים לאורך ציר ה-y
 הישיר $r=6$ (המרחק)

$$\boxed{(x-2)^2 + (y-6)^2 = 36} \quad \text{לפי כו'}.$$

←

$$P(2,0)$$

סך הריבועים

$$\underline{Q(2, -\frac{3}{2})}$$

$$Q(x, -\frac{3}{2}x)$$

$$y = -\frac{3}{2}x \text{ הישר } Q$$

$$d_{MQ} = 6 \Rightarrow \sqrt{(x-2)^2 + (-\frac{3}{2}x-6)^2} = 6 \quad \uparrow^2$$

$$x^2 - 4x + 4 + \frac{9x^2}{16} + 9x + 36 = 36 \quad / \cdot 16$$

$$16x^2 - 64x + 64 + 9x^2 + 144x = 0$$

$$25x^2 + 80x + 64 = 0$$

$$x = -\frac{8}{5} \Rightarrow \boxed{Q(-\frac{8}{5}, \frac{6}{5})}$$

e) $\angle MQO = \angle MPO = 90^\circ$ (זווית לאורך חצי הכדור)

$$\Rightarrow \angle MQO + \angle MPO = 180^\circ$$

$\Rightarrow$ $OPMQ$ כדור (זווית סכום 180°)
(הזווית בין הנקודות)

$(1,3)$ הנקודה M (הנקודה P)

$\Rightarrow$ $(1,3)$ הנקודה M

הנקודה M

$$\boxed{(x-1)^2 + (y-3)^2 = r^2}$$



הנקודה $(0,0)$ היא מרכז המעגל

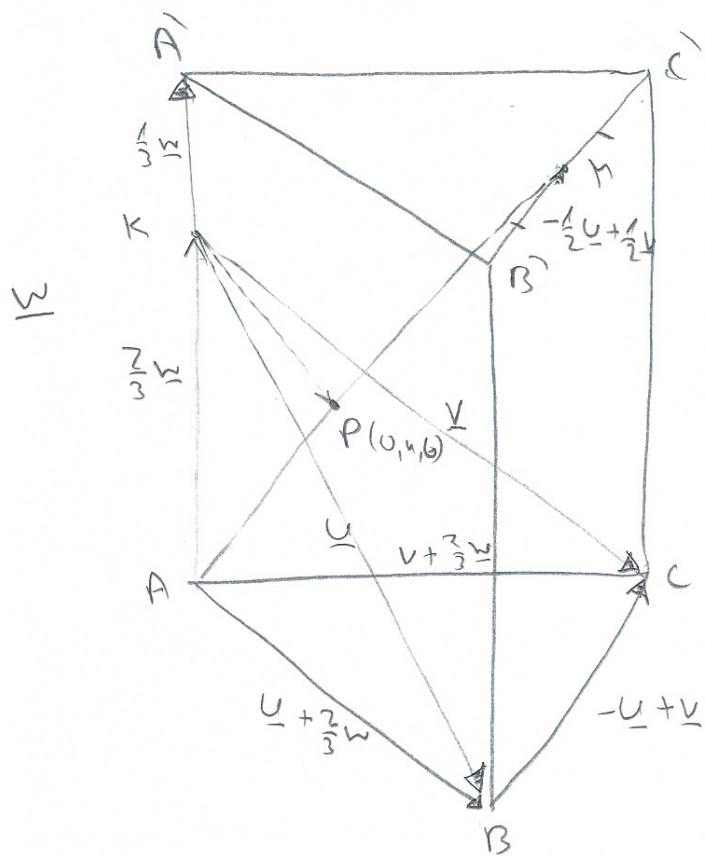
$$(0-1)^2 + (0-3)^2 = r^2 \Rightarrow r^2 = 10$$

לכן המשוואה היא:

$$\boxed{(x-1)^2 + (y-3)^2 = 10}$$

2

לפני 20.12.82



$$\vec{BM} = \vec{MC} \quad (1)$$

$$AK = 2KA' \Rightarrow \vec{AK} = \frac{2}{3}\underline{w}, \quad \vec{KA'} = \frac{1}{3}\underline{w}$$

$$\vec{AB} = \underline{u} + \frac{2}{3}\underline{w}$$

$$\vec{AC} = \underline{v} + \frac{2}{3}\underline{w}$$

$$\Rightarrow \vec{BC} = -\underline{u} - \frac{2}{3}\underline{w} + \underline{v} + \frac{2}{3}\underline{w}$$

$$\vec{BC} = \vec{B'C'} = -\underline{u} + \underline{v} \quad (\text{ולא } \vec{B'C})$$

$$\vec{BM} = -\frac{1}{2}\underline{u} + \frac{1}{2}\underline{v}$$

$$\Rightarrow \vec{AM} = \underline{u} + \frac{2}{3}\underline{w} + \underline{v} - \frac{1}{2}\underline{u} + \frac{1}{2}\underline{v}$$

$$\boxed{\vec{AM} = \frac{1}{2}\underline{u} + \frac{1}{2}\underline{v} + \frac{5}{3}\underline{w}} \quad \text{תכלה}$$

$$\underline{\vec{K}P} = \alpha \underline{U} + \beta \underline{V}$$

(787) א"כ $\vec{K}P$ בלתי פרטלי

$$\vec{K}P = -\frac{2}{3}\underline{W} + t \vec{AM}$$

$$= -\frac{2}{3}\underline{W} + \frac{t}{2}\underline{U} + \frac{t}{2}\underline{V} + \frac{5t}{3}\underline{W}$$

$$\boxed{\vec{K}P = \frac{t}{2}\underline{U} + \frac{t}{2}\underline{V} + \left(\frac{5t}{3} - \frac{2}{3}\right)\underline{W}}$$

נשווה את המקדמים

$$\frac{t}{2} = \alpha$$

$$\boxed{\alpha = \beta = \frac{1}{5}} \quad \text{ד"ר. נ. נ.}$$

$$\frac{t}{2} = \beta$$

המשוואה

$$\frac{5t}{3} - \frac{2}{3} = 0 \Rightarrow \boxed{t = \frac{2}{5}}$$

$$c) P(0, 4, 6)$$

$$\underline{U} = (5, 5, -5)$$

$$\underline{V} = (10, -5, 0)$$

1. נניח שיש נקודה P על הישר AM ונניח $\vec{AP} = \alpha \underline{U} + \beta \underline{V}$

אם P היא הנקודה K (ז"ל $P=K$) הוקמה

נקודה P על הישר AM (ז"ל $P=K$) הוקמה

הנקודה P היא הנקודה K (ז"ל $P=K$) הוקמה

$$\vec{K}P = \frac{1}{5}\underline{U} + \frac{1}{5}\underline{V}$$

אין צורך בנניח הנניח P היא הנקודה K (ז"ל $P=K$) הוקמה

2. למצוא את וקטור הנורמל למישור המוגדר על ידי המשוואה $x + 2y + 3z = 0$ ונקודה במישור $(1, 2, 3)$.

$$\underline{u} \times \underline{v} = \begin{vmatrix} + & - & + \\ 5 & 5 & -5 \\ 10 & -5 & 0 \end{vmatrix} = (-25, -50, -75) \quad | : -25$$

$$(1, 2, 3)$$

מישור - נורמל:

$$x + 2y + 3z = 0$$

$$P(0, 4, 6) \text{ נמצא על המישור}$$

$$0 + 8 + 18 = 0 \Rightarrow 0 = 26$$

מישור - נורמל:

$$\boxed{x + 2y + 3z = 26} \quad \text{נ.נ.}$$

$$3. \quad \vec{KP} = \frac{1}{5}\underline{u} + \frac{1}{5}\underline{v} = \frac{1}{5}(5, 5, -5) + \frac{1}{5}(10, -5, 0)$$

$$\vec{KP} = (3, 0, -1)$$

$$K(x, y, z)$$

$$P(0, 4, 6)$$

$$\Rightarrow -x = 3 \Rightarrow x = -3$$

$$4 - y = 0 \Rightarrow y = 4$$

$$6 - z = -1 \Rightarrow z = 7$$

$$\boxed{K(-3, 4, 7)} \quad \text{נ.נ.}$$

$$(3) \quad z_1 = \cos \alpha + j \sin \alpha = \text{cis } \alpha$$

$$z_2 = \cos \frac{7\alpha}{3} + j \sin \frac{7\alpha}{3} = \text{cis } \frac{7\alpha}{3}$$

$$\left(\frac{\pi}{2} < \alpha < \pi \right)$$

$$\frac{z_1}{z_2} = \text{wnt w}$$

$$\frac{z_1}{z_2} = \frac{\text{cis } \alpha}{\text{cis } \frac{7\alpha}{3}} = \text{cis } \left(-\frac{4\alpha}{3} \right) = \cos \left(-\frac{4\alpha}{3} \right) + j \sin \left(-\frac{4\alpha}{3} \right)$$

pf wnt w

$$\sin \left(-\frac{4\alpha}{3} \right) = 0$$

$$-\frac{4\alpha}{3} = \pi k$$

$$k=0 \Rightarrow \alpha = 0 \quad \nexists \quad \frac{\pi}{2} < \alpha < \pi$$

$$k=1 \Rightarrow \alpha = 0.75\pi = 135^\circ$$

$$\frac{z_1}{z_2} = \text{cis } (-\pi) = -1$$

1 k fl

$$2. \quad z_1 \cdot z_2 = \text{cis } \alpha \cdot \text{cis } \frac{7\alpha}{3} = \text{cis } \frac{10\alpha}{3} = \text{cis } 2.5\pi =$$

$$\underline{\underline{\text{cis } 90 = j}}$$

Re

16 301N 20 17
582

$$2) \quad w = \frac{z_1}{z_2} + z_1 \cdot z_2 = -1 + i$$

$$w^6 = (-1 + i)^6 = (\sqrt{2} \operatorname{cis} 135^\circ)^6 = 8 \cdot \operatorname{cis} 810^\circ$$

$$= 8 \operatorname{cis} 90^\circ = 8i$$

$$z^3 = w^3 = 8 \operatorname{cis} 90^\circ$$

$$z = \sqrt[3]{8 \operatorname{cis} 90^\circ} = 8^{\frac{1}{3}} \operatorname{cis} \frac{90 + 360^\circ k}{3}$$

$$\boxed{z_k = 2 \operatorname{cis} (30 + 120^\circ k)}$$

$$\begin{aligned} z_0 &= 2 \operatorname{cis} 30^\circ = \sqrt{3} + i \\ z_1 &= 2 \operatorname{cis} 150^\circ = -\sqrt{3} + i \\ z_2 &= 2 \operatorname{cis} 270^\circ = -2i \end{aligned}$$

R.N

7) הקווקוים שלקוי הם קווקוים
 אשר שניהם רחוקים במרחק 1/10
 במסלול של המסלול ה-151 - המרחק בין
 קווקוים קרובים 1200 מ"מ
 המרחק - המרחק 600 מ"מ קווקוים
 המרחק 1200 מ"מ

$$\boxed{z_k = 2 \operatorname{cis} (30 + 60^\circ k)}$$

$$z_0 = 2 \operatorname{cis} 30^\circ$$

$$z_1 = 2 \operatorname{cis} 90^\circ = 2i \Rightarrow (0, 2)$$

$$z_2 = 2 \operatorname{cis} 150^\circ$$

$$\rightarrow z_3 = 2 \text{cis } 210 = -\sqrt{3} - i \Rightarrow (-\sqrt{3}, -1)$$

$$z_4 = 2 \angle 270^\circ$$

$$\Rightarrow z_5 = 2 \operatorname{cis} 330 = \sqrt{3} - i \quad (\sqrt{3}, -1)$$

ה'תקצ"ו
ה'תקס"ב

2) זכר - 150, נקבה - 175

ידיעו למה נקרא ספרות א' ולמה ב'
ב' הם גוף מדויק

אין אס רחן א-15-גדרת-3-2 6117

Se minimale Mengen sein ist, ist $n=9$

800 > 58 'ה' חן נחנן 1373

$$z_k = 2 \operatorname{cis}(30 + 40^\circ k)$$

(L)

$$f(x) = \ln[(e^x - b)^2 + 1]$$

1/2 361N 20 87
582

(c) 1.

monoton

$$(e^x - b)^2 + 1 > 0$$

$$(e^x - b)^2 \geq 0 \quad \times \text{ fr}$$

$$1 > 0$$

$$\Rightarrow (e^x - b)^2 + 1 > 0 \quad \boxed{\times \text{ fr}} \quad \text{K.V.}$$

$$2. \quad \ln[(e^x - b)^2 + 1] \geq 0$$

$$(e^x - b)^2 + 1 \geq 1$$

$$(e^x - b)^2 \geq 0 \quad \underline{\underline{\times \text{ fr}}}$$

K.V.

$$\boxed{f(x) \geq 0}$$

$$3. \quad \lim_{x \rightarrow -\infty} \ln[(e^x - b)^2 + 1] = \ln[(e^{-\infty} - b)^2 + 1] =$$

$$= \ln\left[\left(\overset{0}{\cancel{e^{-\infty}}} - b\right)^2 + 1\right] = \underline{\underline{\ln(b^2 + 1)}}$$

$$\boxed{\begin{array}{l} x \rightarrow -\infty \\ y = \ln(b^2 + 1) \end{array}}$$

K.V.

4.
$$\hat{f}(x) = \frac{2(e^x - b) \cdot e^x}{(e^x - b)^2 + 1}$$

$$\hat{f}(x) = 0 \Rightarrow 2e^x(e^x - b) = 0$$

x for $e^x > 0$

$$\Rightarrow e^x = b \Rightarrow x = \ln b$$

אם $b > 0$ $\ln b$ $\Rightarrow$ $x = \ln b$ $\Rightarrow$ $\hat{f}(\ln b) = 0$

$$\hat{f}(\ln b) = \ln \left[(e^{\ln b} - b)^2 + 1 \right] = \ln 1 = 0$$

$$(\ln b, 0)$$

x	$x < \ln b$	$\ln b$	$x > \ln b$
$\hat{f}(x)$	$x = \ln \frac{1}{2}b$ -		$x = \ln \frac{3}{2}b$ +
$\hat{f}'(x)$		min	

אם $b > 0$ $\ln b$ $\Rightarrow$ $x = \ln b$ $\Rightarrow$ $\hat{f}(\ln b) = 0$ $\Rightarrow$ $\hat{f}'(\ln b) = 0$ $\Rightarrow$ $\hat{f}''(\ln b) < 0$ $\Rightarrow$ $\hat{f}(\ln b)$ is a local maximum.

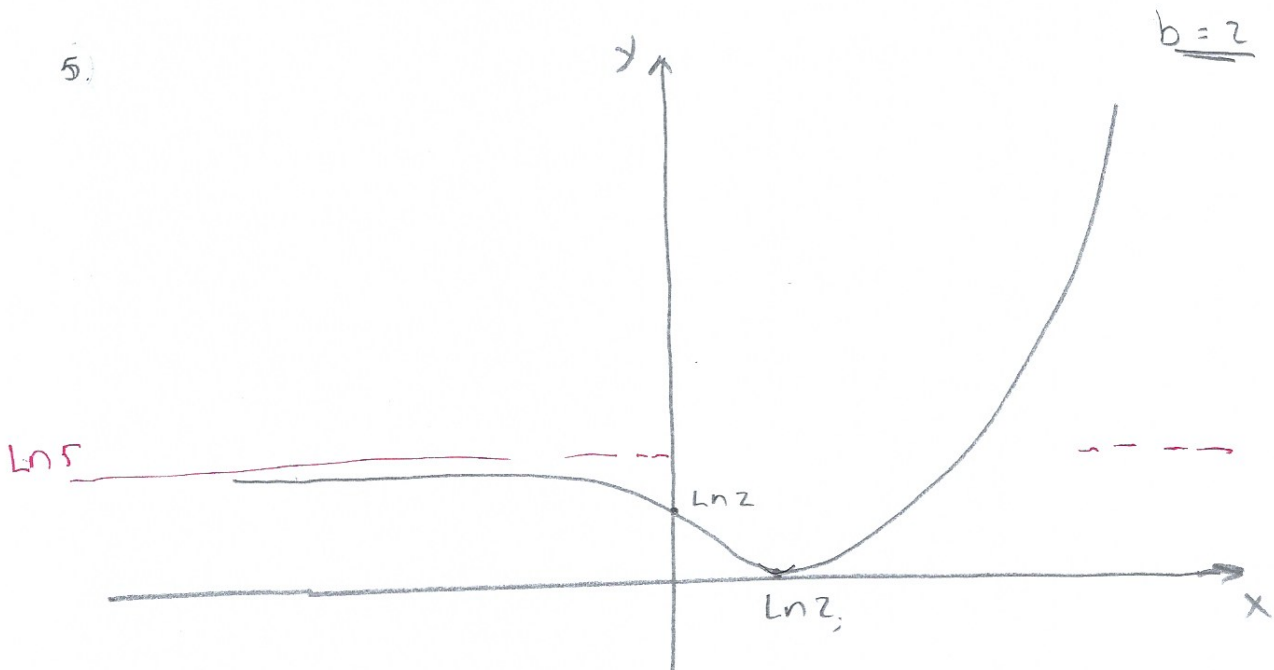
$$\begin{aligned} \hat{f}(\ln \frac{1}{2}b) &= \frac{2 \cdot (e^{\ln \frac{1}{2}b} - b) \cdot e^{\ln \frac{1}{2}b}}{(+)} = \frac{2 \cdot (\frac{1}{2}b - b) \cdot \frac{1}{2}b}{(+)} \\ &= \frac{2 \cdot (-\frac{1}{2}b) \cdot \frac{1}{2}b}{(+)} = \frac{-\frac{1}{2}b^2}{(+)} = (-) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} f'(\ln 2b) &= \frac{2(e^{\ln 2b} - b) \cdot e^{\ln 2b}}{(+)} = \frac{2(2b - b) \cdot 2b}{(+)} \\ &= \frac{4b^2}{(+)} = (+) \end{aligned}$$

יש נקודת מינימום בנקודה $\ln 2$.

$$\boxed{\min(\ln b, 0)}$$

5.



$$\Rightarrow \ln(b^2 + 1) = \ln 5$$

הנקודה האמצעית.

$$b^2 + 1 = 5$$

$$\boxed{b = \pm 2} \quad \underline{\underline{2.1}}$$

ד)

כדי שיהיה נקודת קיצון
 נדרש $f'(x) = 0$
 נגזרת: $f'(x) = 2(e^x + 2) \cdot e^x$

$$b < 0 \Rightarrow \boxed{b = -2}$$

$$\Rightarrow \boxed{f(x) = \frac{2(e^x + 2) \cdot e^x}{(e^x + 2)^2 + 1}}$$

למצוא הנקודות הקיצוניות של הפונקציה

נמצא $f'(x)$ ונשווה ל-0

5)

$$f(x) = e^x(x-5)$$

$$f'(x) = e^x(x-5) + e^x$$

$$\boxed{f'(x) = e^x(x-4)}$$

$$f''(x) = e^x(x-4) + e^x$$

R.N

$$\boxed{f''(x) = e^x(x-3)}$$

$$\boxed{f^{(n)}(x) = e^x(x-5+n)}$$

— נקודת מינימום

— נקודת מקסימום

$$f'''(x) = e^x(x-3) + e^x$$

— נקודת מינימום

$$\boxed{f'''(x) = e^x(x-2)}$$

$$(3) \rightarrow \overset{n=3}{f^{(4)}(x) = e^x(x-5+3)}$$

— נקודת מינימום

$$\boxed{f^{(4)}(x) = e^x(x-2)}$$

R.N

e)

נקודת מינימום

$$y=0 \Rightarrow e^x(x-5+n) = 0$$

$$\times \text{ לפי } e^x > 0$$

$$\Rightarrow x-5+n=0 \Rightarrow x=5-n$$

$$\boxed{(5-n, 0)}$$

(11)

77 20 761N 1/2
582

ג) נקודת זרימה

$$x=0$$

$$F^{(n)}(0) = e^0(-5+n) = n-5 \Rightarrow \boxed{(0, n-5)}$$

2.

התנהגות בלולאה

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} e^x(x-5+n) = e^{-\infty}(-\infty - 5 + n)$$

$\backslash \quad /$
פ.נ.פ

$$= \frac{-\infty}{e^\infty} = 0$$

$$\Rightarrow \boxed{\begin{matrix} x \rightarrow -\infty \\ y = 0 \end{matrix}} \quad \underline{\text{פ.נ.פ}}$$

3.

נקודת זרימה

$$\boxed{F^{(n)}(x) = e^x(x-4+n)} \quad : \text{נמצא נקודת זרימה}$$

$$F^{(n)}(x) = 0 \Rightarrow e^x(x-4+n) = 0$$

$$\text{כי } e^x > 0 \Rightarrow x-4+n = 0$$

$$x = 4-n$$

$$F^{(n)}(4-n) = e^{4-n}(4-n-5+n) = -e^{4-n}$$

$$(4-n, -e^{4-n})$$

$$\boxed{f^{(n)}(x) = e^x(x-3+n)}$$

ז"ל מקל

$$f^{(n)}(u-n) = e^{u-n}(u-n-3+n) = e^{u-n} > 0$$

$$\Rightarrow \boxed{\min(u-n, -e^{u-n})} \quad \underline{\underline{K.N}}$$

4. $f^{(k)}(x) = f^{(m)}(x)$

$$\Rightarrow \cancel{e^x(x-5+k)} = \cancel{e^x(x-5+m)}$$

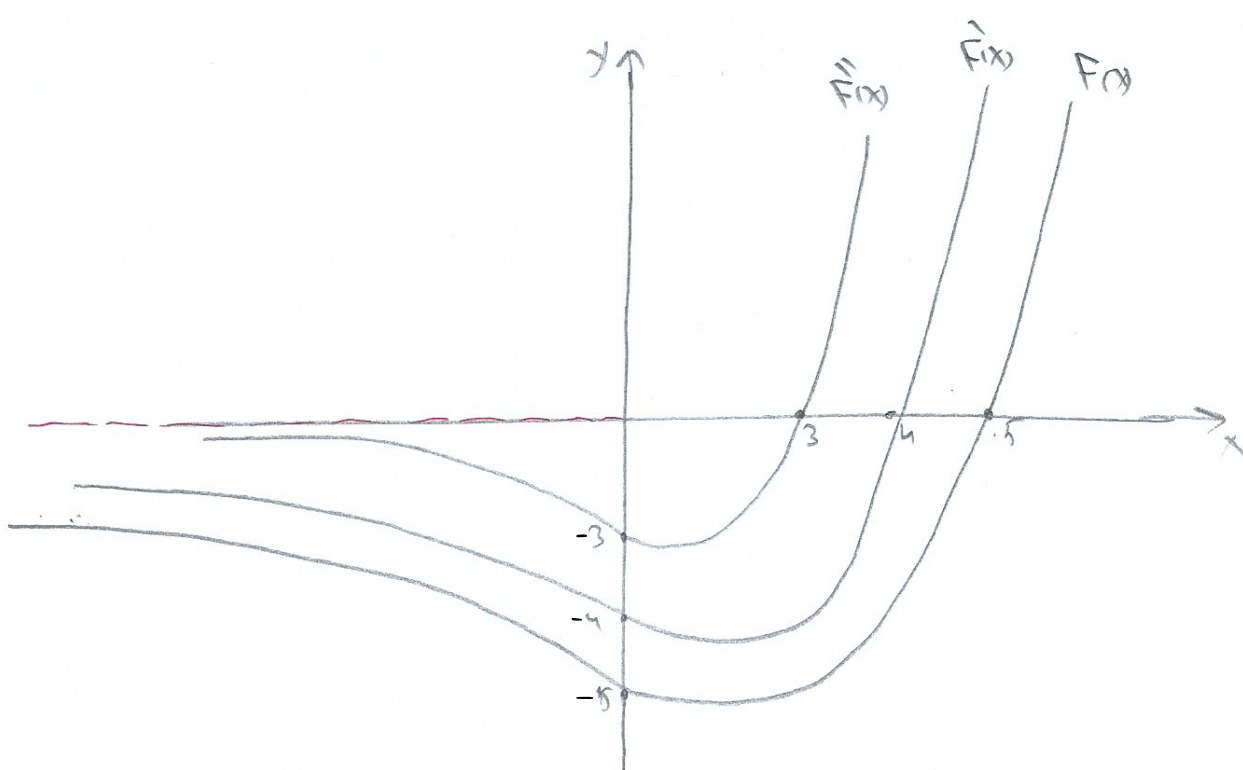
$$x-5+k = x-5+m$$

$$\Rightarrow k = m$$

הינן נחתכות בקטע $k=m$ וכן

קטע סגור הם שונים אם נחתכים

5.



3) $F(0) = 0$

$$F(x) = e^x(x-6) + c \quad -17 \text{ m } 26$$

$$F(0) = 0 \Rightarrow e^0(0-6) + c = 0$$

$$\boxed{c = 6}$$

$$\boxed{F(x) = e^x(x-6) + 6}$$

? R.N