

① $a > 0$ נחין

א) $P(x, y)$ - הנקודה הדאליסטית

$$A(a, 0)$$

$$x = a - 1$$

$$\sqrt{(x-a)^2 + y^2} = x - (a-1) \quad \uparrow^2$$

הנחת הנקודה הנחת הנקודה

$$x^2 - 2ax + a^2 + y^2 = x^2 - 2a(x-1) + (x-1)^2$$

$$\boxed{y^2 = 2x - 2a + 1} \quad \text{ל.נ.ל.}$$

ב) $P(x, y)$

$$B(0, a)$$

$$y = a - 1$$

$$\sqrt{x^2 + (y-a)^2} = y - (a-1) \quad \uparrow^2$$

$$x^2 + y^2 - 2ay + a^2 = y^2 - 2a(y-1) + (y-1)^2$$

$$\boxed{x^2 = 2y - 2a + 1} \quad \text{ל.נ.ל.}$$

הנקודה $(2, 2)$ היא נקודה על המעגל
 הנקודה $(2, 2)$ היא נקודה על המעגל
 הנקודה $(2, 2)$ היא נקודה על המעגל

$$u = 4 - 2a + 1$$

$$a = \frac{1}{2}$$

לפי

$$I: y^2 = 2x \quad \leftarrow \text{הצבה}$$

$$II: x^2 = 2y \quad \left\{ y = \frac{1}{2}x^2 \right\}$$

$$\frac{1}{4}x^4 = 2x$$

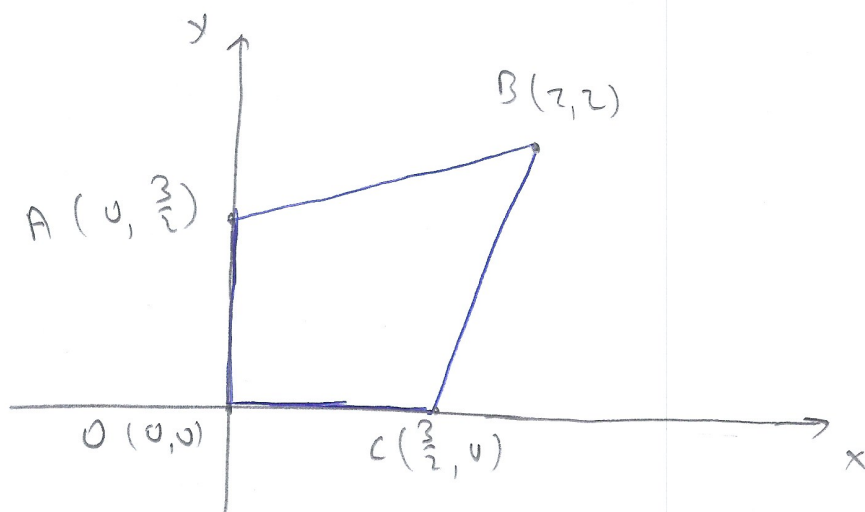
$$x^4 = 8x \Rightarrow x^4 - 8x = 0$$

$$x(x^3 - 8) = 0$$

$$x_1 = 0 \Rightarrow (0, 0) \quad \text{לפי}$$

$$x_2 = 2$$

3)



$$AO = CO = \frac{3}{2}$$

$$AB = \sqrt{2^2 + 0.5^2} = \sqrt{4.25}$$

$$BC = \sqrt{0.5^2 + 2^2} = \sqrt{4.25}$$

$$\Rightarrow AB = BC$$

$$\Rightarrow \boxed{\text{משולש } ABCO} \\ \text{ללא } 1 \text{ ' } 3$$

לחשב שבו 2 נקודות (כוכבים)
על צלע של מלבן

7.

במשולש הלבנים האדומים

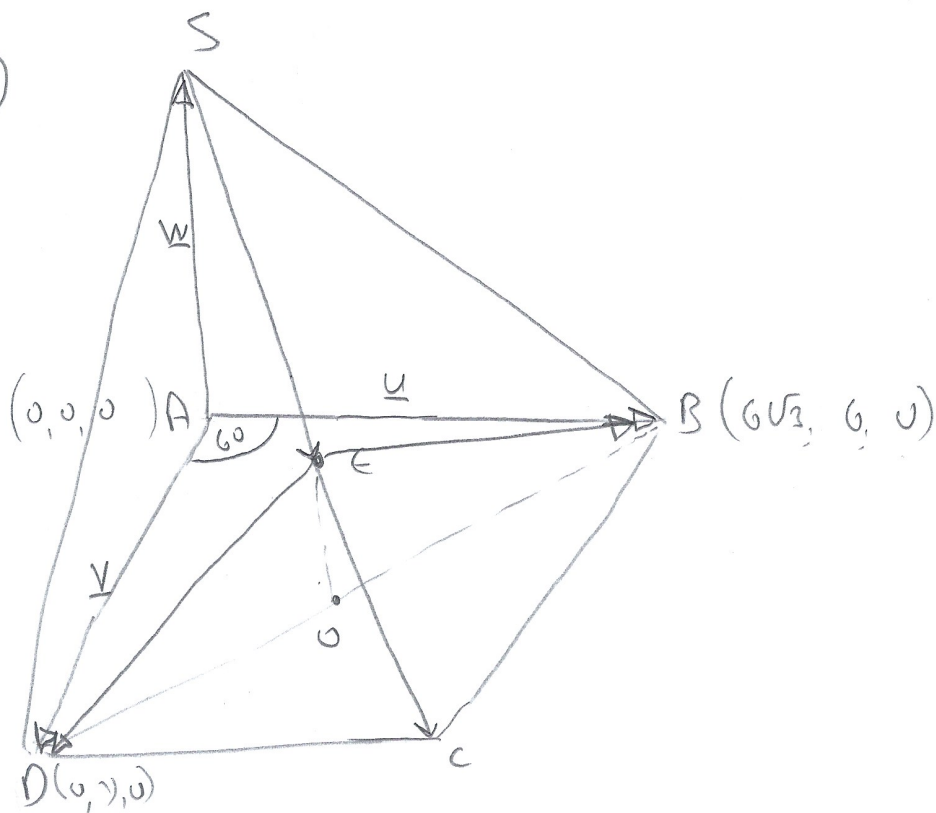
הלבנים האדומים

$$BO = \sqrt{2^2 + 2^2} = \sqrt{8}$$

$$AC = \sqrt{\left(\frac{3}{2}\right)^2 + \left(\frac{3}{2}\right)^2} = \sqrt{\frac{18}{4}} = \sqrt{\frac{9}{2}} = \frac{3}{\sqrt{2}}$$

$$S_{ABCO} = \frac{\sqrt{8} \cdot \frac{3}{\sqrt{2}}}{2} = \underline{\underline{3}}$$

2



ABCD (חזון מלבן)

$\vec{SA} \perp$ פנים הפירמידה (חזון)

$$\Rightarrow \begin{cases} \underline{u} \cdot \underline{w} = 0 \\ \underline{v} \cdot \underline{w} = 0 \end{cases} \quad \begin{array}{l} \text{וקטור הלא, חזון מלבן, חזון מלבן} \\ \text{בליטור, חזון מלבן, חזון מלבן} \end{array}$$

$$|\underline{u}| = |\underline{v}| \quad \text{בליטור, חזון מלבן}$$

$$|\underline{w}| = |\underline{u}| \quad \text{חזון } SA = BA$$

$$\Rightarrow |\underline{u}| = |\underline{v}| = |\underline{w}| = a \Rightarrow \underline{u}^2 = \underline{v}^2 = \underline{w}^2 = a^2$$

$$\begin{aligned} \vec{SE} &= t \vec{SC} \quad 0 < t < 1 \quad \leftarrow \text{חזון, חזון} \\ &= t(-\underline{w} + \underline{v} + \underline{u}) \quad \text{חזון, חזון} \end{aligned}$$

$$\vec{SE} = t \underline{u} + t \underline{v} - t \underline{w}$$

$$\vec{ED} = -\vec{SE} - \underline{w} + \underline{v}$$

$$= -t\underline{u} - t\underline{v} + t\underline{w} - \underline{w} + \underline{v}$$

$$\boxed{\vec{ED} = -t\underline{u} + (1-t)\underline{v} + (t-1)\underline{w}}$$

$$\vec{EB} = -\vec{SE} - \underline{w} + \underline{u}$$

$$= -t\underline{u} - t\underline{v} + t\underline{w} - \underline{w} + \underline{u}$$

1/2 R.N
=

$$\boxed{\vec{EB} = (1-t)\underline{u} - t\underline{v} + (t-1)\underline{w}}$$

$$\underline{t} = \underline{\frac{1}{2}} \quad // \text{ in } \underline{w}$$

$$\vec{EB} = \frac{1}{2}\underline{u} - \frac{1}{2}\underline{v} - \frac{1}{2}\underline{w}$$

$$\vec{ED} = -\frac{1}{2}\underline{u} + \frac{1}{2}\underline{v} - \frac{1}{2}\underline{w}$$

$$\underline{u} \cdot \underline{v} = |\underline{u}| \cdot |\underline{v}| \cdot \cos 60$$

$$= 0 \cdot a \cdot \frac{1}{2}$$

* BAD = 60° // in

$$\boxed{\underline{u} \cdot \underline{v} = \frac{a^2}{2}}$$

$$\vec{EB} \cdot \vec{ED} = \left(\frac{1}{2}\underline{u} - \frac{1}{2}\underline{v} - \frac{1}{2}\underline{w}\right) \left(-\frac{1}{2}\underline{u} + \frac{1}{2}\underline{v} - \frac{1}{2}\underline{w}\right)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \underline{u} \cdot \underline{w} = 0 \\ \underline{v} \cdot \underline{w} = 0 \end{array} \right\} = -\frac{1}{4}\underline{u}^2 + \frac{1}{4}\underline{u} \cdot \underline{v} + \frac{1}{4}\underline{u} \cdot \underline{v} - \frac{1}{4}\underline{v}^2 + \frac{1}{4}\underline{w}^2$$

$$= -\frac{1}{4}a^2 + \underbrace{\frac{1}{4} \cdot \frac{a^2}{2} + \frac{1}{4} \cdot \frac{a^2}{2}} - \cancel{\frac{1}{4}a^2} + \cancel{\frac{1}{4}a^2}$$

$$= -\frac{1}{4}a^2 + \frac{1}{4}a^2 = 0$$

$$\Rightarrow \vec{EB} \cdot \vec{ED} = 0 \Rightarrow \boxed{\vec{EB} \perp \vec{ED}}$$

$$\vec{DB} = \underline{u} - \underline{v}$$

קטעון הגזעון

$$\vec{DO} = \frac{1}{2}\underline{u} - \frac{1}{2}\underline{v}$$

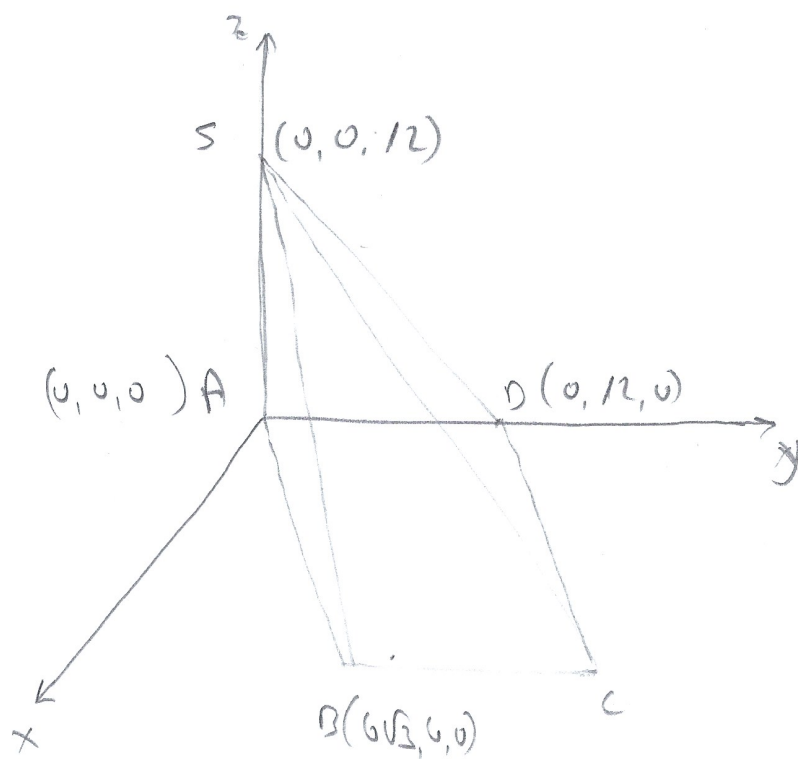
בגזעון, קטעון - חזרה זה יל

$$\vec{EO} = \vec{EO} + \vec{DO}$$

$$= -\frac{1}{2}\underline{u} + \frac{1}{2}\underline{v} - \frac{1}{2}\underline{w} + \frac{1}{2}\underline{u} - \frac{1}{2}\underline{v}$$

$$\boxed{\vec{EO} = -\frac{1}{2}\underline{w}}$$

לחון $\vec{AO} = \underline{w}$ לאורך קטעון היתרית
 חזון $\vec{EO} = -\frac{1}{2}\underline{w}$ לאורך קטעון.



הטבר השחור:

$A(0,0,0)$ - טבר היתר

S - א' החזון החזובי א' ה-ה

$B(6\sqrt{3}, 4, 0)$ - נגזר בלשור x, y חזון הגזעון נגזר בלשור $[x, y]$

ואנחנו ש AS מאונך למישור A הא הטל הוקים
 אז נר' S נר'ל א דיר ה-7 (וחנן פם טבחן האזב')

$$\vec{AB} = (6\sqrt{3}, 6, 0)$$

$$|\vec{AB}| = \sqrt{108 + 36} = 12$$

$$|\vec{AB}| = |\vec{AD}| = 12$$

משווא

$$\Rightarrow \boxed{D(0, 12, 0)}$$

$$AS = AB \Rightarrow \boxed{S(0, 0, 12)}$$

ד.ל.

$$3) \quad \vec{AS} = (0, 0, 12) / : 12 \quad \vec{AS} = (0, 0, 1)$$

$$\vec{AB} = (6\sqrt{3}, 6, 0) / : 6 \quad \vec{AB} = (\sqrt{3}, 1, 0)$$

למעשה וקטור באורך נוסח הצטמצם א שר. הוקטורים
 הומצגים ש המישור מתבא וקטור האונך חטנהם פין
 סהו וקטור הננון א המישור

$$\vec{AS} \times \vec{AB} = \begin{vmatrix} + & - & + \\ 0 & 0 & 1 \\ \sqrt{3} & 1 & 0 \end{vmatrix} = (-1, +\sqrt{3}, 0)$$

משווא המישור : $-x + \sqrt{3}y = 0$

הננון שמשור עובר בטל הוקים (0,0,0) $D=0$

$$\boxed{-x + \sqrt{3}y = 0} \quad \text{לכל?}$$

$$(3) z^4 = -16 = 16 \text{ cis } 180$$

$$z = (16 \text{ cis } 180)^{\frac{1}{4}} = 2 \text{ cis } \frac{180 + 360k}{4}$$

$$z_{1k} = 2 \text{ cis } (45 + 90^\circ k)$$

$$z_0 = 2 \text{ cis } 45 = \sqrt{2} + \sqrt{2} i$$

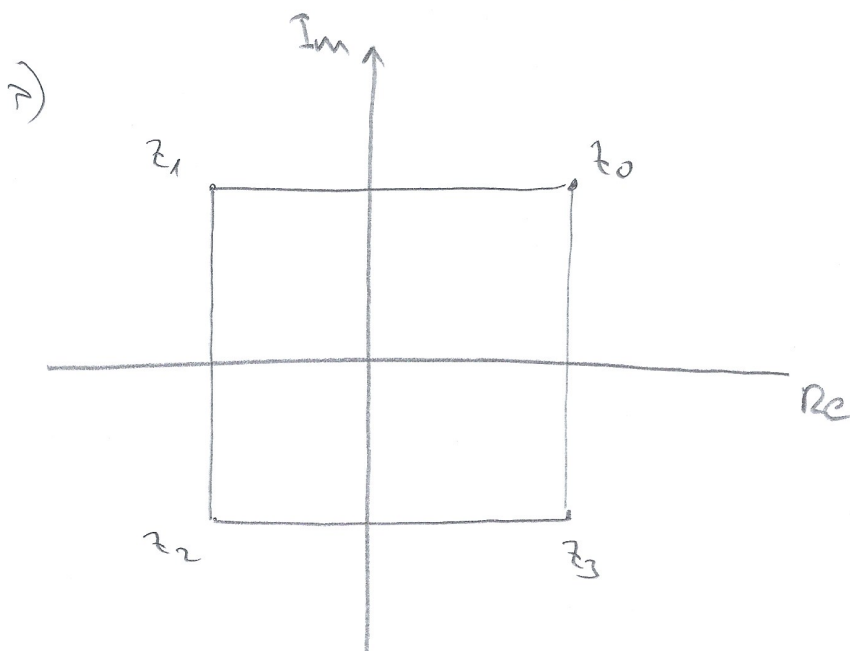
$$z_1 = 2 \text{ cis } 135 = -\sqrt{2} + \sqrt{2} i$$

$$z_2 = 2 \text{ cis } 225 = -\sqrt{2} - \sqrt{2} i$$

$$z_3 = 2 \text{ cis } 315 = \sqrt{2} - \sqrt{2} i$$

✓ R.d

=



✓ R.d

$$c) \frac{1+i}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2} + \frac{\sqrt{2}}{2} i = \text{cis } 45$$

$$z_0 \cdot \text{cis } 45 = 2 \text{ cis } 90 = 2i$$

$$z_1 \cdot \text{cis } 45 = 2 \text{ cis } 180 = -2$$

$$z_2 \cdot \text{cis } 45 = 2 \text{ cis } 270 = -2i$$

$$z_3 \cdot \text{cis } 45 = 2 \text{ cis } 0 = 2$$

✓ R.d

=



שליש הכתובות של קטן בטעם קול. מ
מק"מ. מ הכתובות הקטן.

$$k=0-7 \quad n=8 \quad 1126 \quad 1119$$

5-4 רגל (90%)
 5-5 חלקי - 15%

הבית הירוק הקטן
אם האשמה

$$7^{16} = 65536$$

$$n=16, \quad C=65536$$

'7 Q.V

ב) הנתונים: אורך קוטר 2 $\Rightarrow$ רדיוס 1 $\Rightarrow$ $|z_1| = 2$
 שוקל בא 16 ק"מ. המסלול כמעט 22.5°
 במסלול הקוטר 2 $\Rightarrow$ קוטר 2 $\Rightarrow$ 22.5°
 (הנ"ל) הנתון: 22.5° $\Rightarrow$ קוטר 2 $\Rightarrow$ 22.5°
 חסר הנתון: 22.5° $\Rightarrow$ 22.5° $\Rightarrow$ 22.5°

$$S = 16 \cdot \frac{2 \cdot 2 \cdot \sin 22.5^\circ}{2} = 12.245$$

(4) $F(x) = 1 + ae^{-2x}$ $a > 1$

(c) 1 הפונקציה $F(x)$ היא פונקציה
 המוגדרת על ידי $F(x) = 1 + ae^{-2x}$

הפונקציה

$$\lim_{x \rightarrow \infty} 1 + ae^{-2x} = 1 + a \cdot e^{-2\infty} = 1 + \frac{a}{e^{2\infty}} = 1$$

$$\begin{aligned} x &\rightarrow \infty \\ y &= 1 \end{aligned}$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} 1 + ae^{-2x} = 1 + a \cdot e^{2\infty} \rightarrow \infty$$

2. הפונקציה $F(x)$

$$F'(x) = -2ae^{-2x}$$

$$a > 1 \Rightarrow -2a < 0$$

$$x \text{ בר } e^{-2x} > 0$$

$$\Rightarrow F'(x) < 0 \quad x \text{ בר}$$

$\Downarrow$

$$x \text{ בר } F(x) \text{ יורדת}$$

הפונקציה

3.

x y' ob min

$$y=0 \Rightarrow 1 + a e^{-2x} = 0$$

$$a > 0$$

$$e^{-2x} > 0 \Rightarrow \emptyset$$

y y' ob min

$$x=0 \Rightarrow f(0) = 1 + a \cdot e^0 = a + 1$$

$$\boxed{(0, a+1)}$$

$$2) \quad g(x) = \frac{1}{f(x)}$$

1.

limitation

$$f(x) \neq 0$$

x for 3 k too ar

$$\lim_{x \rightarrow \infty} g(x) = \frac{1}{1} = 1$$

(1 k too 26)

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} g(x) = \frac{1}{\infty} = 0$$

1 k too 26

$ \begin{aligned} x &\rightarrow \infty \\ y &= 1 \\ x &\rightarrow -\infty \\ y &= 0 \end{aligned} $
--

הפונקציה $g(x)$ היא הפונקציה הפורמלית $F(x)$ של x .

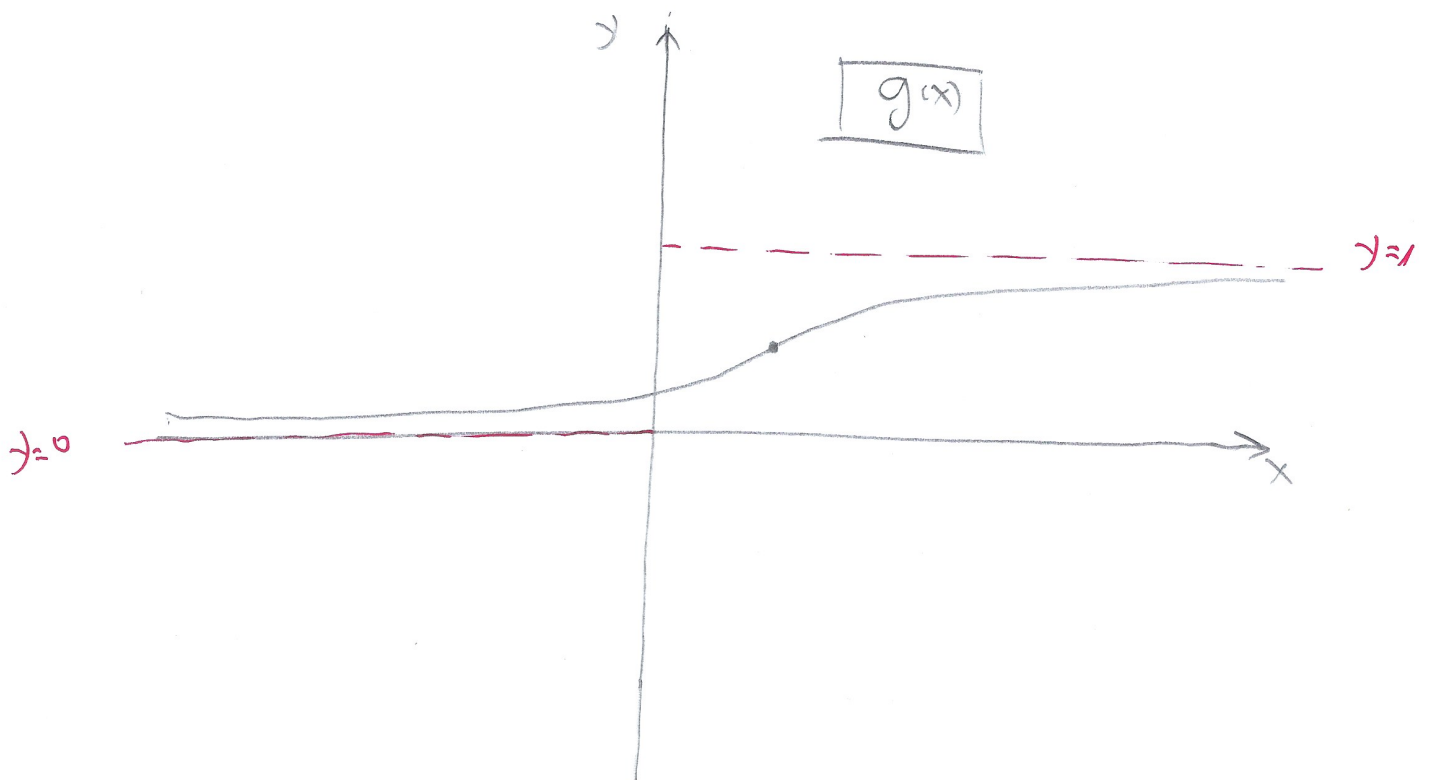
הפונקציה $g(x)$ היא הפונקציה הפורמלית $F(x)$ של x .

$$\left(0, \frac{1}{a+1}\right) \quad (1 \text{ ו- } 100 \text{ נכנס})$$

$$3. \quad g\left(\frac{\ln a}{2}\right) = \frac{1}{F\left(\frac{\ln a}{2}\right)} = \frac{1}{1 + a \cdot e^{-2\left(\frac{\ln a}{2}\right)}}$$

$$= \frac{1}{1 + a \cdot e^{-\ln a}} = \frac{1}{1 + a \cdot e^{\ln\left(\frac{1}{a}\right)}} = \frac{1}{1 + a \cdot \frac{1}{a}} = \frac{1}{2}$$

$$\boxed{g\left(\frac{\ln a}{2}\right) = \frac{1}{2}}$$



$$g'(x) = - \frac{f(x)}{[f(x)]^2}$$

$$f\left(\frac{\ln a}{2}\right) = -2a e^{-2 \frac{\ln a}{2}} = -2a \cdot e^{\ln \frac{1}{a}} = -2$$

$$f\left(\frac{\ln a}{2}\right) = 2 \quad \text{so for } a$$

$$g'\left(\frac{\ln a}{2}\right) = - \frac{-2}{4} = \frac{1}{2}$$

$$\left(\frac{\ln a}{2} ; \frac{1}{2}\right)$$

$$x < \frac{1}{2}$$

$$g(x) \cup$$

$$\Downarrow$$

$$g''(x) > 0$$

$$\Downarrow$$

$$\text{all } g'(x)$$

$$x > \frac{1}{2}$$

$$g(x) \cap$$

$$\Downarrow$$

$$g''(x) < 0$$

$$\Downarrow$$

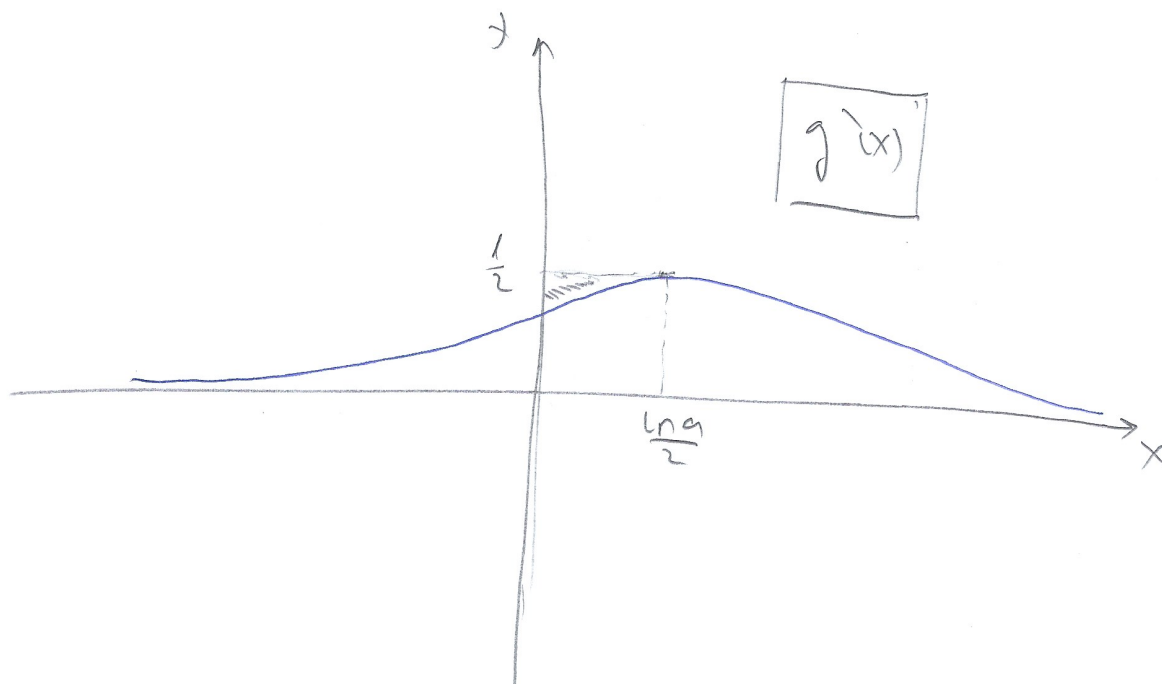
$$- \text{all } g'(x)$$

$$\Downarrow$$

$$\max\left(\frac{\ln a}{2} ; \frac{1}{2}\right)$$

$$\text{for } x \text{ so that } f(x) < 0$$

$$x \text{ so that } g'(x)$$



$$\begin{aligned}
 3) \quad S &= \int_0^{\frac{\ln a}{2}} \left[\frac{1}{2} - g'(x) \right] dx = \left[\frac{1}{2}x - g(x) \right]_0^{\frac{\ln a}{2}} \\
 &= \frac{1}{2} \cdot \frac{\ln a}{2} - g\left(\frac{\ln a}{2}\right) - \left[0 - g(0) \right] \\
 &= \frac{\ln a}{4} - \frac{1}{2} + g(0) = \frac{\ln a}{4} - \frac{1}{2} + \frac{1}{a+1}
 \end{aligned}$$

5) $F(x) = \ln \left[\frac{x^2 - 1}{(x+2)(x-1)} \right]$

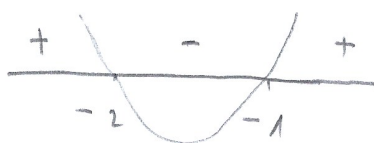
6) 1.

הנגזרת

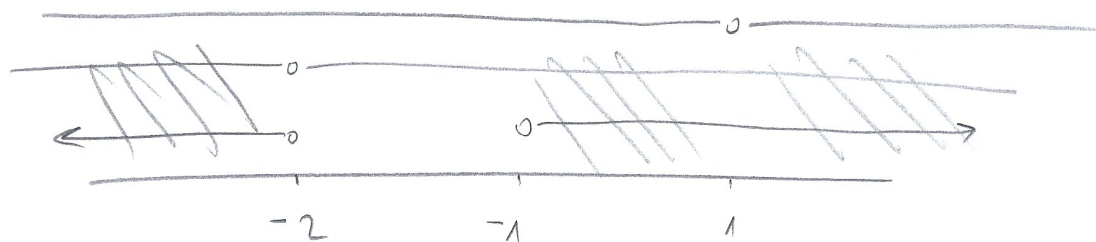
$$\frac{x^2 - 1}{(x+2)(x-1)} > 0 \Rightarrow \frac{\cancel{(x-1)}(x+1)}{(x+2)\cancel{(x-1)}} > 0$$

$x \neq -2, x \neq 1$ הנגזרת

$$\frac{x+1}{x+2} > 0$$



$x < -2 \quad \vee \quad x > -1$ פז



$x < -2 \quad \vee \quad -1 < x < 1 \quad \vee \quad x > 1$ 1' 1/2 R.!

2. $x=1$ נמצא את הנקודה והאסימפּטוטה
בנקודה שבה הנגזרת היא 0

$$F(x) = \ln \frac{x^2 - 1}{(x+2)(x-1)} = \ln \frac{(x+1)\cancel{(x-1)}}{(x+2)\cancel{(x-1)}} = \ln \frac{x+1}{x+2}$$

$F(1) = \ln \frac{2}{3} \Rightarrow \left(1; \ln \frac{2}{3} \right)$ נקודה

למצוא את הנקודות הקיצוניות

$$f(x) = \ln \frac{x+1}{x+2} ; \quad x < -2 \quad \text{או} \quad -1 < x < 1 \quad \text{או} \quad x > 1$$

למצוא את הנקודות הקיצוניות

$$x = -2 \quad \ln \frac{x+1}{x+2} \rightarrow \infty$$

$$x = -1 \quad \ln \frac{x+1}{x+2} \rightarrow -\infty$$

$$\begin{array}{l} x = -2 \\ x = -1 \end{array}$$

למצוא את הנקודות הקיצוניות

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \ln \frac{x+1}{x+2} = \ln \frac{\overset{\sim 1.5}{\infty} + 1}{\underset{\sim 1.5}{\infty} + 2} = \ln \frac{\infty}{\infty} = \ln 1 = 0$$

$$\begin{array}{l} x \rightarrow \infty \\ y = 0 \end{array}$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \ln \frac{x+1}{x+2} = \ln \left| \frac{-\infty + 1}{-\infty + 2} \right| = \ln 1 = 0$$

$$\begin{array}{l} x \rightarrow -\infty \\ y = 0 \end{array}$$

3

הפונקציה

$$f'(x) = \frac{\left(\frac{x+1}{x+2}\right)'}{\frac{x+1}{x+2}} = \frac{\frac{x+2-(x+1)}{(x+2)^2}}{\frac{x+1}{x+2}} = \frac{1}{(x+2)(x+1)}$$

$$f'(x) = \frac{1}{(x+2)(x+1)}$$



$$x < -2$$

$$f'(x) > 0$$



הפונקציה

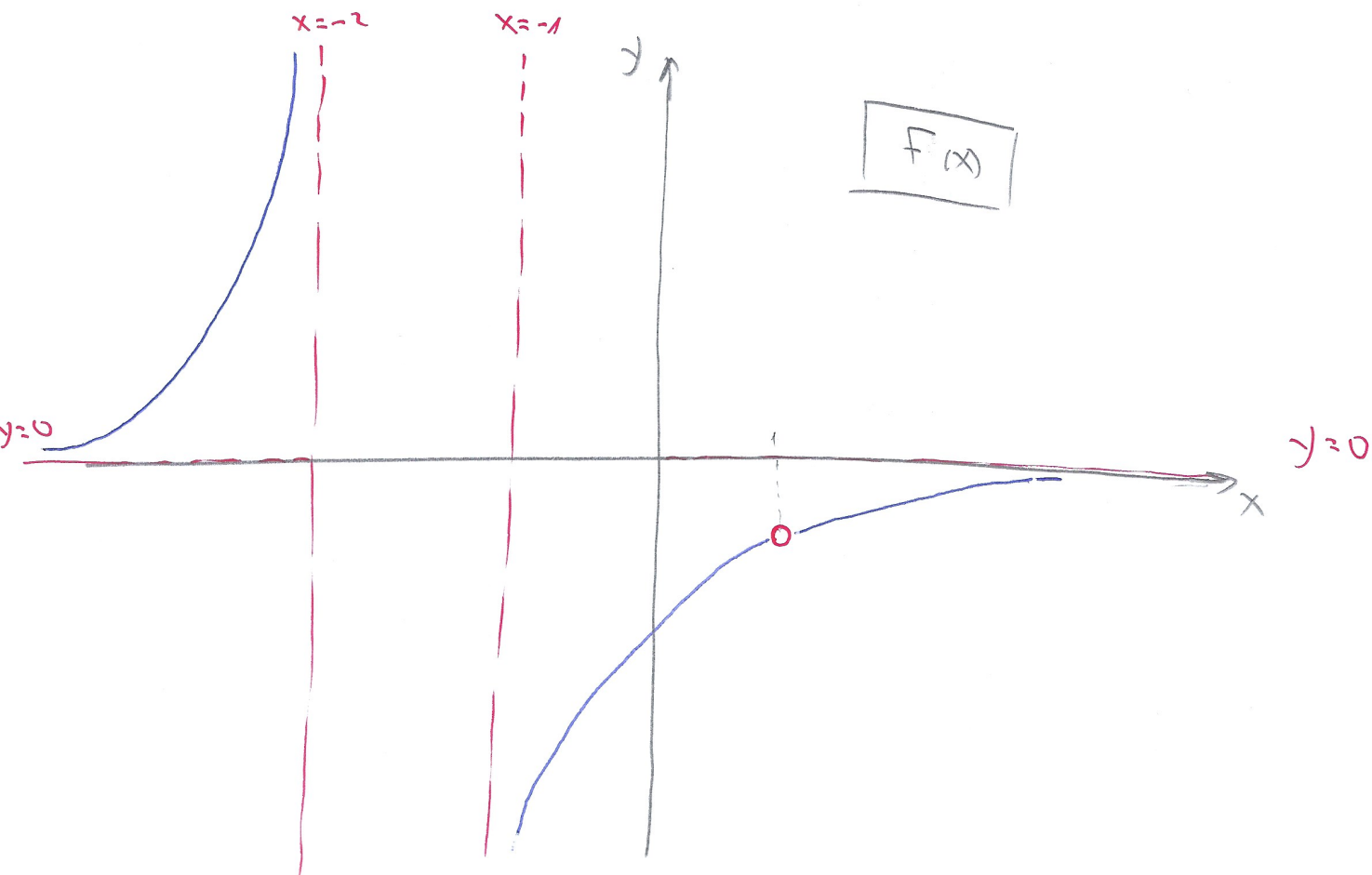
$$x > -1$$

$$f'(x) > 0$$



הפונקציה

הפונקציה היא עולה



$$2) \quad g(x) = \ln F(x)$$

1. תחומי הגדרה

$$F(x) > 0$$

$$\boxed{x < -2}$$

2. תחום אינדיפרנסי

$$g'(x) = \frac{F'(x)}{F(x)}$$

בגבול $x < -2$ $F(x)$ פונה לאינסוף $F'(x) > 0$ וכלואבן

ע $F(x)$ חיובי - פונקציית הפיתול $F'(x)$ פונה לאינסוף $x < -2$
בתחום הפתולות

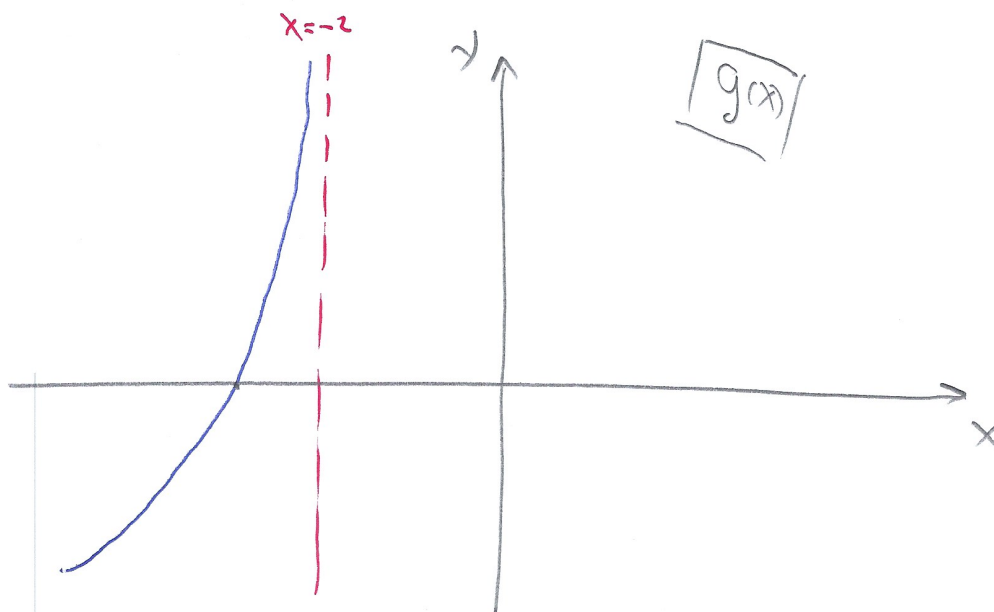
3. נמצא חיתון של פונקציית $g(x)$

$$g(x) = 0 \Rightarrow \ln F(x) = 0$$

$$\ln \left[\ln \frac{x+1}{x+2} \right] = 0 \Rightarrow \ln \frac{x+1}{x+2} = 1$$

$$\Rightarrow \frac{x+1}{x+2} = e \Rightarrow x+1 = ex + 2e$$

$$x = \frac{2e-1}{1-e} = -2.58 \Rightarrow (-2.58, 0)$$



ע. $0 < F(x) < 1$ נכון

$$g(x) = \ln F(x) < 0$$

הוכחה: נניח $g(x) < 0$ כל
לפי (6)