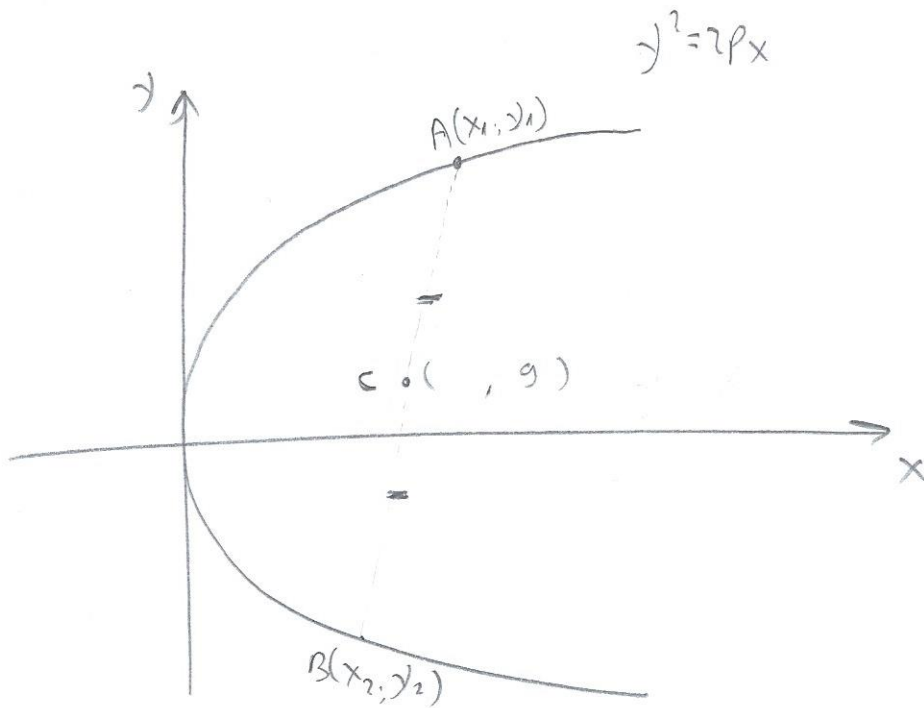


הפיתרון מוצע ע"י ניר דהן

קל 18/07/2018
גמר

(1)



$$A(x_1, y_1) \Rightarrow A\left(\frac{y_1^2}{2p}; y_1\right)$$

$$B(x_2, y_2) \Rightarrow B\left(\frac{y_2^2}{2p}; y_2\right)$$

$$m_{AB} = \frac{4}{3} \Rightarrow \frac{y_2 - y_1}{\frac{y_2^2}{2p} - \frac{y_1^2}{2p}} = \frac{4}{3}$$

$$\Rightarrow \frac{2p(y_2 - y_1)}{(y_2 - y_1)(y_2 + y_1)} = \frac{4}{3}$$

$$\Rightarrow \boxed{\frac{2p}{y_2 + y_1} = \frac{4}{3}}$$

הנקודה

שטח ה-ע א אלוה הנלס AB הן 9

$$\Rightarrow \frac{y_1 + y_2}{2} = 9 \Rightarrow \boxed{y_1 + y_2 = 18}$$

$$\frac{2p}{18} = \frac{4}{3} \Rightarrow 2p = 24 \Rightarrow \boxed{y^2 = 24x} \quad \frac{1}{2} \text{ נקל}$$

$$2) \quad m = \frac{p}{y_0} - \quad \text{סימן המסלול}$$

$$m_1 = \frac{12}{x_1} - \quad \text{סימן המסלול}$$

$$m_2 = \frac{12}{x_2} - \quad \text{סימן המסלול}$$

המסלולים הם אנכים זה לזה

$$m_1 \cdot m_2 = -1$$

$$\Rightarrow \frac{12}{x_1} \cdot \frac{12}{x_2} = -1 \Rightarrow \begin{cases} x_1 \cdot x_2 = -144 \\ x_1 + x_2 = 18 \end{cases} \quad \text{מערכת משוואות}$$

$$\boxed{x_1 = 24 \quad x_2 = -6}$$

$$x_1 = 6; x_2 = -24 \quad \emptyset$$

$$\boxed{\begin{matrix} A(24, 24) \\ B(6, -6) \end{matrix}}$$

כל

$$2) \quad x_1 \cdot x_2 = -144$$

כל

$$x_1 = 12 \Rightarrow x_2 = -12$$

$\Downarrow$

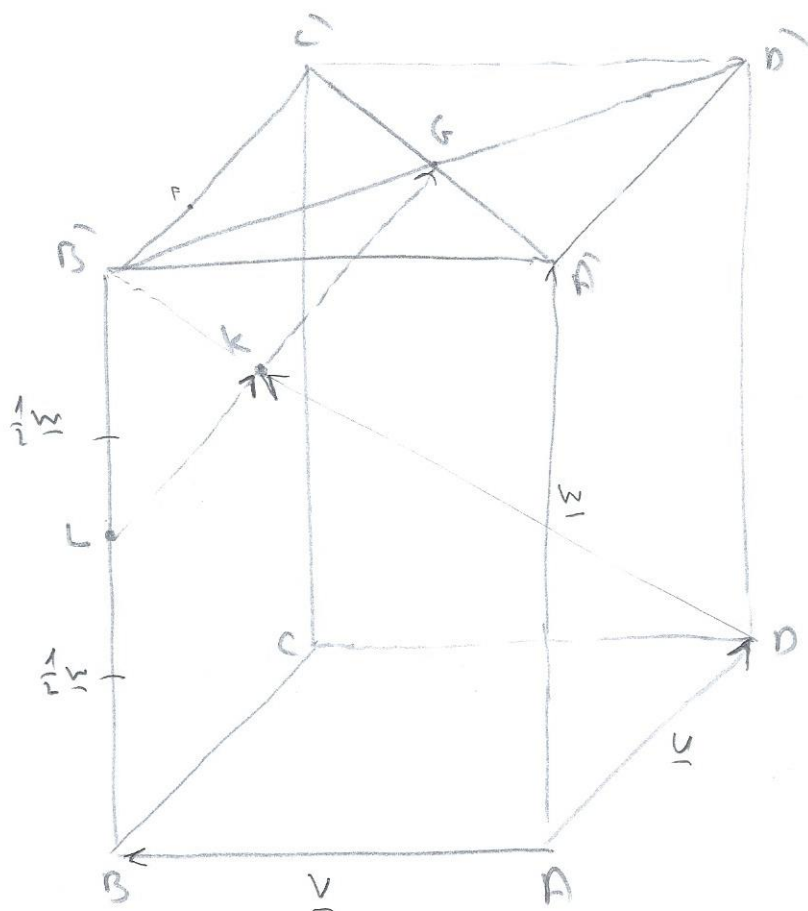
$\Downarrow$

$$x_1 = 6$$

$$x_1 = 6$$

$$\boxed{(6, 12); (6, -12) \quad \text{כל}}$$

(2)



לפי 7018 מוסד
807

לפי מוסד

$$BL = LB = \frac{1}{2}w \quad \text{לפי}$$

$$\vec{BK} = -\underline{u} + \underline{v} + \frac{1}{2}\underline{w} + \vec{LK}$$

$$\vec{LK} = \frac{1}{2}\vec{LG} \quad \text{לפי}$$

$$\begin{aligned} \vec{LG} &= \frac{1}{2}\underline{w} + \frac{1}{2}\vec{B'D'} \\ &= \frac{1}{2}\underline{w} + \frac{1}{2}(\underline{u} - \underline{v}) \end{aligned}$$

$$\vec{LG} = \frac{1}{2}\underline{u} - \frac{1}{2}\underline{v} + \frac{1}{2}\underline{w}$$

$$\vec{LK} = \frac{1}{4}\underline{u} - \frac{1}{4}\underline{v} + \frac{1}{4}\underline{w}$$

$$\boxed{\vec{BK} = -\frac{3}{4}\underline{u} + \frac{3}{4}\underline{v} + \frac{3}{4}\underline{w}}$$

$$\begin{aligned} \underline{u} \perp \underline{v} \perp \underline{w} \\ \Rightarrow \begin{cases} \underline{u} \cdot \underline{v} = 0 \\ \underline{u} \cdot \underline{w} = 0 \\ \underline{v} \cdot \underline{w} = 0 \end{cases} \end{aligned}$$

נקודת G היא מרכז המסה של המשולש B'D'L.

לפי

- א) נניח שנקודה זו היא מרכז המסה של המשולש B'D'L. נקודת A היא מרכז המסה של המשולש B'D'L.



$$\vec{DB} = -\underline{u} + \underline{v} + \underline{w}$$

$$\vec{DK} = -\frac{3}{4}\underline{u} + \frac{3}{4}\underline{v} + \frac{3}{4}\underline{w} = \frac{3}{4} \underbrace{(-\underline{u} + \underline{v} + \underline{w})}_{\vec{DB}}$$

$$\Rightarrow \boxed{\vec{DK} = \frac{3}{4} \vec{DB}} \quad \text{כלל}$$

ק"ל: ה"ה פ"ה-ר"ה בן
מקום ו'ל"ה מ"ה נ"ה (ד) פ"ה כ
נ"ה מ"ה מ"ה

$$\boxed{\frac{DK}{DB} = \frac{3}{4}} \quad \text{כלל}$$

ע"ה) א"ה א"ה א"ה א"ה א"ה

$$\vec{AK} = \underline{v} + \frac{1}{2}\underline{w} + \vec{LK} \leftarrow \left\{ \vec{LK} = \frac{1}{4}\underline{u} - \frac{1}{4}\underline{v} + \frac{1}{4}\underline{w} \right\}$$

$$\boxed{\vec{AK} = \frac{1}{4}\underline{u} + \frac{3}{4}\underline{v} + \frac{3}{4}\underline{w}}$$

$$\vec{AK} = m \vec{AF}$$

$$\Rightarrow \boxed{\vec{AK} = m s \underline{u} + m \underline{v} + m t \underline{w}}$$

$$\Rightarrow m s = \frac{1}{4}$$

$$m = \frac{3}{4}$$

$$m t = \frac{3}{4}$$

$$\Rightarrow \boxed{\begin{matrix} s = \frac{1}{3} \\ t = 1 \end{matrix}} \quad \text{כלל}$$

$$\Rightarrow \vec{AF} = \frac{1}{3}\underline{u} + \underline{v} + \underline{w}$$

↓

$$\boxed{\begin{matrix} \text{כלל} & \vec{BF} & \text{כלל} & \vec{AF} & \text{כלל} \\ \frac{BF}{AF} & = & \frac{1}{2} \end{matrix}}$$

$$\Rightarrow \boxed{\frac{BF}{AF} = \frac{1}{3}} \quad \text{כלל}$$

←

3

$$|z_A| = |z_B| = |z_C| = \sqrt{65}$$

A בנקודה 8+1i

$$A = \sqrt{65} \operatorname{cis} \theta \quad (0 < \theta < 90)$$

הנקודה הנגדית ל-A היא z_C

$$(8-i)z = (8+i)\bar{z}$$

$$z = x + yi \quad (x, y \in \mathbb{R})$$

$$(8-i)(x+yi) = (8+i)(x-yi)$$

$$\Rightarrow \cancel{8x} + 8yi - xi + y = \cancel{8x} - 8yi + xi + y$$

$$(8y - x)i = (x - 8y)i$$

$$\Rightarrow 8y - x = x - 8y$$

$$\Rightarrow \boxed{x = 8y}$$

$$|z| = \sqrt{65}$$

$$\Rightarrow \sqrt{\cancel{64}y^2 + y^2} = \sqrt{65} \quad \uparrow^2$$

$$65y^2 = 65$$

$$y = \pm 1 \Rightarrow x = \pm 8$$

$$\Rightarrow \boxed{\begin{aligned} A &= 8 + i = \sqrt{65} \operatorname{cis} 7.125^\circ & \text{I הנקודה A} \\ C &= -8 - i = \sqrt{65} \operatorname{cis} 187.125^\circ \end{aligned}}$$

1/2 נקודה
1



$$\arg z_c - \arg z_a = 187.125 - 7.125 = 180^\circ$$

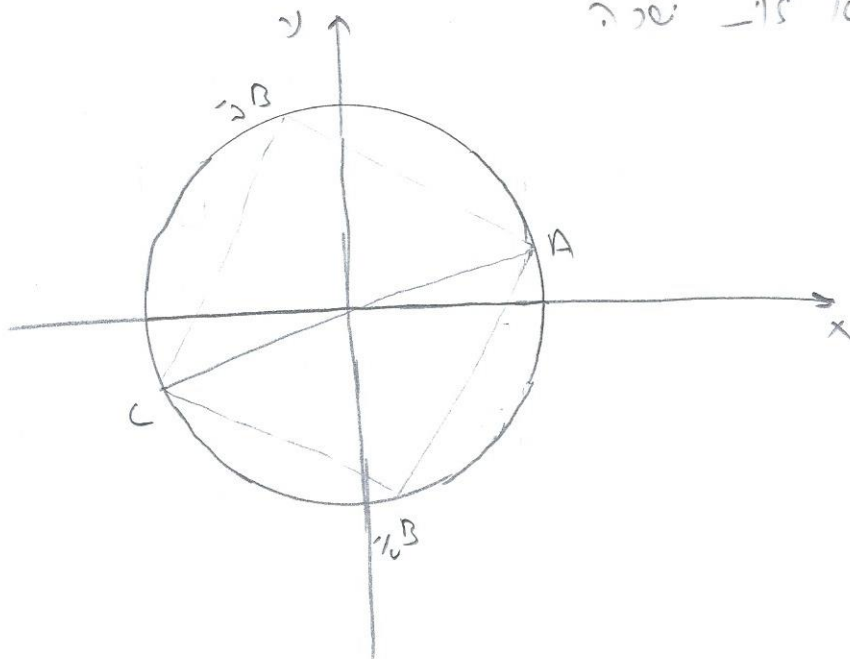
z_a, z_b, z_c הם אישה מתחים ה(ב)ים
האשר על זרם אין וזוהי גטו ה(ב)ים

$$|z_a| = |z_b| = |z_c| = \sqrt{65}$$

מן אישה (ב)ים ה אשר זרם סרזוט $\sqrt{65}$
וקטרו A_c

|||

||| ||| $\angle ABC = 90^\circ$ (||| ה(ב)ים ה(ב)ים ה(ב)ים
קטרו ה(ב)ים ה(ב)ים



$$AB = BC$$

$$\hat{AC} = 180^\circ$$

$$\Rightarrow \hat{AB} = \hat{BC} = 90^\circ$$

$$\Rightarrow z_b = \sqrt{65} \operatorname{cis}(7.125 - 90) = \sqrt{65} \operatorname{cis}(-82.875) = 1 - 8i$$

|||

$$z_b = \sqrt{65} \operatorname{cis}(7.125 + 90) = \sqrt{65} \operatorname{cis} 97.125 = -1 + 8i$$

$$B = -1 + j = \sqrt{65} \operatorname{cis} 97.125 \quad || \wedge$$

$$a_1 = z_a = 8 + j = \sqrt{65} \operatorname{cis} 7.125$$

$$a_2 = z_b = -1 + j = \sqrt{65} \operatorname{cis} 97.125$$

לסתור את a_n

$$\Rightarrow q = \frac{z_b}{z_a} = \frac{\sqrt{65} \operatorname{cis} 97.125}{\sqrt{65} \operatorname{cis} 7.125} = \operatorname{cis} 90 = j$$

$$S_m = 0 \quad || \wedge$$

$$\Rightarrow \frac{a_1 (q^m - 1)}{q - 1} = 0$$

$$\Rightarrow q^m - 1 = 0 \Rightarrow q^m = 1$$

$$\Rightarrow j^m = 1$$

$$\Rightarrow (\operatorname{cis} 90)^m = 1 \Rightarrow \operatorname{cis} 90m = \operatorname{cis} 0$$

$$\Rightarrow 90m = 0 + 360^\circ k \quad / : 90$$

$$\boxed{m = 4k} \quad k \in \mathbb{Z}$$

$$j^m = 1$$

$$1 = (j^4)^n$$

$$\text{הכל } \{j^4 = 1\}$$

$$\Rightarrow j^{4n} = 1$$

$$j^m = j^{4n}$$

$$\Rightarrow$$

$$\boxed{m = 4n}$$

27

$$(1) f(x) = \frac{e^x - 1}{e^x - x}$$

$$g(x) = e^x - x$$

$$(1) \frac{g(x)}{g'(x)}$$

$$(2) \frac{g''(x)}{g'(x)}$$

$$g'(x) = e^x - 1$$

$$g'(x) = 0 \Rightarrow e^x - 1 = 0 \Rightarrow e^x = 1$$

$$\Rightarrow x = 0 \Rightarrow g(0) = 1 \Rightarrow (0, 1)$$

$$g''(x) = e^x$$

$$g''(0) = 1 > 0 \Rightarrow \min(0, 1)$$

for all x in the interval $(0, 1)$

the function $f(x)$ is concave up

$$\Rightarrow e^x - x \geq 1$$

$$\frac{e^x - 1}{e^x - x} \geq 1$$



2)

פונקציה

$$e^x - x \geq 1 \quad (\text{הוכחה})$$

$\Downarrow$

$x \geq 0$

2)

גבולות

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{e^x - 1}{e^x - x} = \frac{e^\infty - 1}{e^\infty - \infty} = 1$$

$x \rightarrow \infty$
 $y = 1$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{e^x - 1}{e^x - x} = \frac{e^{-\infty} - 1}{e^{-\infty} - \infty} = \frac{\frac{1}{e^\infty} - 1}{\frac{1}{e^\infty} - \infty} = \frac{1}{\infty} = 0$$

$x \rightarrow -\infty$
 $y = 0$

3)

אם x אז y

$$y = 0$$

$$e^x - 1 = 0 \Rightarrow e^x = 1 \Rightarrow x = 0$$

$(0, 0)$

אם x אז y

$$x = 0 \Rightarrow f(0) = \frac{1 - 1}{1} = 0$$

$(0, 0)$

$$(n) \quad \tilde{f}(x) = \frac{e^x(e^x - x) - (e^x - 1) \cdot (e^x - 1)}{(e^x - x)^2}$$

$$= \frac{\cancel{e^{2x}} - x e^x - \cancel{e^{2x}} + 2e^x - 1}{(e^x - x)^2}$$

$$\boxed{\tilde{f}(x) = \frac{2e^x - x e^x - 1}{(e^x - x)^2}}$$

R.N

$$2e^x - x e^x - 1 > 0$$

$$-1 \leq x \leq 1 \quad \text{re}$$

$\Downarrow$

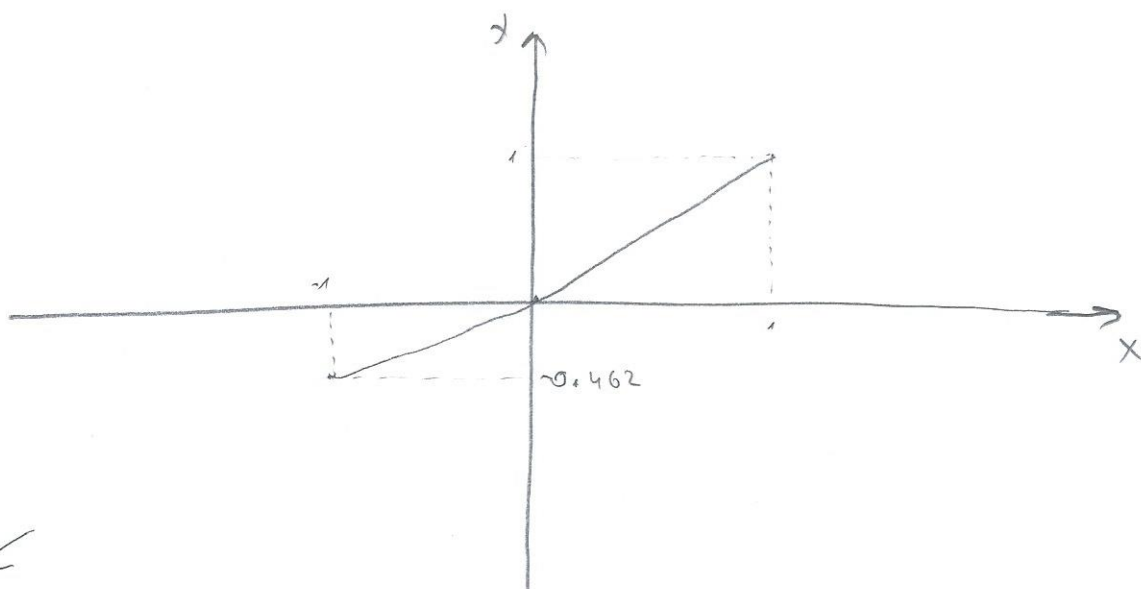
$$\tilde{f}(x) > 0 \quad -1 \leq x \leq 1$$

$\Downarrow$

. נסו ונראה כי $\tilde{f}(x)$

$$f(-1) = \frac{\frac{1}{e} - 1}{\frac{1}{e} + 1} = \frac{1 - e}{1 + e} = -0.462 \Rightarrow (-1, -0.462)$$

$$f(1) = \frac{e - 1}{e + 1} = 1 \Rightarrow (1, 1)$$



↙

בגור $0 < x$ פונקציה f מוגדרת על ידי

$f(x) = 0$ כל עוד x אינו מסוג $\frac{1}{n}$ עבור $n \in \mathbb{N}$

בגור x מסוג $\frac{1}{n}$ נגד $f(x) = \frac{1}{n}$ עבור $n \in \mathbb{N}$

בהתאם לכך f היא פונקציה רציפה על $[0, 1]$ כי
 היא איננה קצוץ על $[0, 1]$ כי $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n} = 0$

בגור $x > 0$ פונקציה f מוגדרת על ידי $f(x) = 1$

$f(0) = 0$ פונקציה f מתחילה ב-0 והיא רציפה ב-0

כלומר f היא פונקציה רציפה על $[0, 1]$ כי $f(0) = 0$

על ידי $f(x) = 1$ על $(0, 1]$ ולכן f היא פונקציה רציפה על $[0, 1]$

ב' ב'

הנבדק על ידי $f(x) = 1$ ופונקציה f רציפה על $[0, 1]$

$$3) \int_{-1}^0 -\frac{e^x - 1}{e^x - x} dx$$

$$\boxed{u = e^x - x \Rightarrow du = (e^x - 1) dx}$$

$$\boxed{dx = \frac{du}{e^x - 1}}$$

$$\Rightarrow \int_{-1}^0 -\frac{e^x - 1}{u} \cdot \frac{du}{e^x - 1} = \int_{-1}^0 -\frac{1}{u} du = [-\ln u]_{-1}^0$$

$$= [-\ln(e^x - x)]_{-1}^0 = -\ln 1 - [-\ln(e^{-1} + 1)]$$

$$= \ln(e^{-1} + 1) = 0.313$$

5) $f(x) = \ln(e^x + b) \quad (b > 0)$

7/18/2018
807

1) הגדרת פונקציה

$$e^{2x} + b > 0$$

x בר $e^{2x} > 0$

ויו $b > 0$

$\Rightarrow$

x בר

2) הגדרת פונקציה

$$\hat{f}(x) = \frac{2e^{2x}}{e^{2x} + b}$$

x בר $\hat{f}(x) > 0$

$\Downarrow$

הפונקציה היא פונקציה חיובית

R.W

$$g(x) = \ln(e^x + be^{-x})$$

3) הגדרת פונקציה

$$e^x + be^{-x} > 0$$

$e^x > 0$

$b > 0$

$\Rightarrow$

$$e^x + be^{-x} > 0$$

x בר $e^{-x} > 0$

x בר



$$c)_{(1)} f(x) - g(x) = \ln(e^{2x} + b) - \ln(e^x + be^{-x})$$

$$= \ln \frac{e^{2x} + b}{e^x + be^{-x}} = \ln \frac{e^{2x} + b}{e^x + \frac{b}{e^x}}$$

$$= \ln \frac{\cancel{e^x}(e^{2x} + b)}{\cancel{e^{2x}} + b} = \ln e^x = x \cdot \ln e = \underline{\underline{x}}$$

$$\boxed{f(x) - g(x) = x} \quad \underline{\underline{p.W.}}$$

(2) Extremwerte

$$f(x) = g(x) \Rightarrow f(x) - g(x) = 0$$

$$x = 0$$

$$f(0) = \ln(b+1) \Rightarrow \boxed{(0, \ln(b+1))}$$

für die Randwerte

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \ln(e^{2x} + b) = \ln(e^{2\infty} + b) = \infty$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \ln(e^{2x} + b) = \ln(e^{-2\infty} + b) = \ln\left(\frac{0}{e^{2\infty}} + b\right) = \ln b$$

$$\boxed{\begin{matrix} x \rightarrow -\infty \\ y = \ln b \end{matrix}}$$

$$\Rightarrow g(x)_{\min} = \ln b$$



מצא נקודות קיצון

$$g(x) = \frac{e^x - be^{-x}}{e^x + be^{-x}}$$

$$g(x) = 0 \Rightarrow e^x - \frac{b}{e^x} = 0$$

$$\Rightarrow e^{2x} = b \Rightarrow 2x = \ln b \Rightarrow x = \frac{1}{2} \ln b = \ln \sqrt{b}$$

כדי לאתר את הנקודות הקיצוניות של הפונקציה
הנדסה - נבדוק את הנקודות הקיצוניות של הפונקציה
הנדסה - הנקודה.

$$g''(x) = e^x + be^{-x}$$

$$x \text{ for } g''(x) > 0 \Rightarrow \min(\ln \sqrt{b}, \ln b)$$

$$g(\ln \sqrt{b}) = \ln b$$

$$\Rightarrow \ln \left(e^{\ln \sqrt{b}} + b \cdot e^{-\ln \sqrt{b}} \right) = \ln b$$

$\parallel$ $\parallel$
 $\sqrt{b}$ $\frac{b}{\sqrt{b}}$

$$\sqrt{b} + \frac{b}{\sqrt{b}} = b$$

$$2\sqrt{b} = b \quad \uparrow^2$$

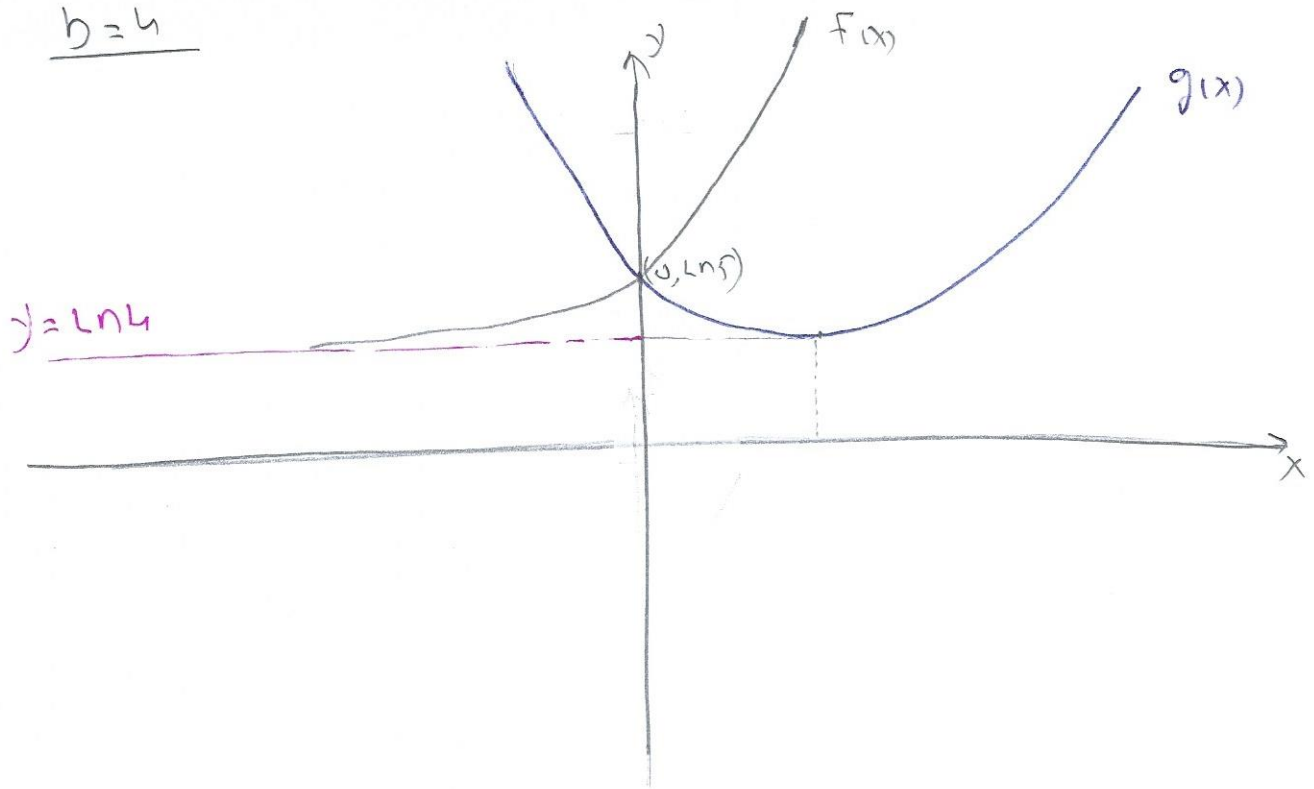
$$4b = b^2 \Rightarrow b^2 - 4b = 0 \Rightarrow b(b-4) = 0$$

$$b_1 = 0 \quad \text{for } (b > 0)$$

$$\boxed{b = 4} \quad \text{for } b$$



$b=4$



$\min_{g(x)} (\ln 2, \ln 4)$