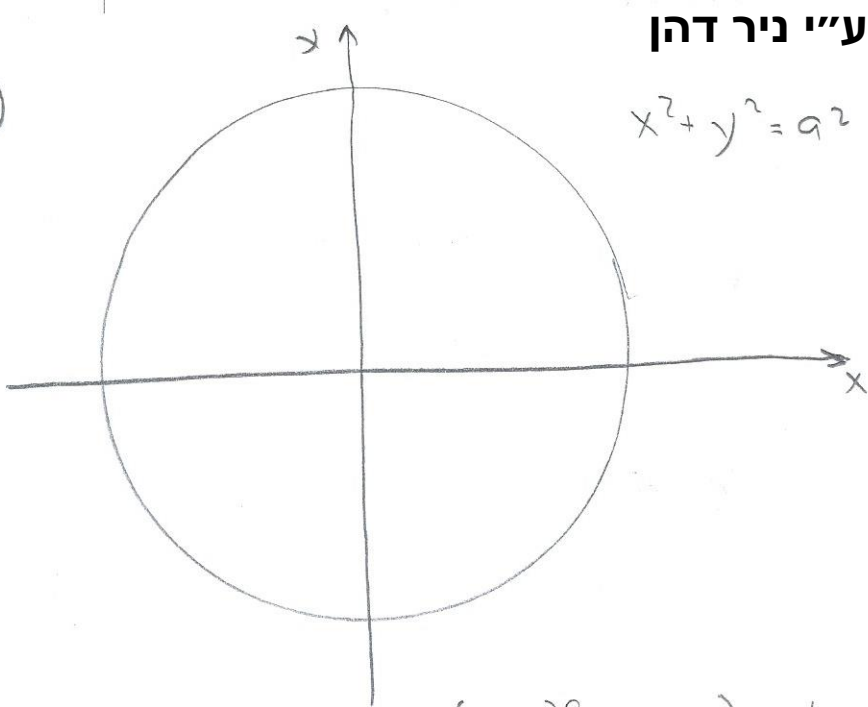


# הפיתרון מוצע ע"י ניר דהן

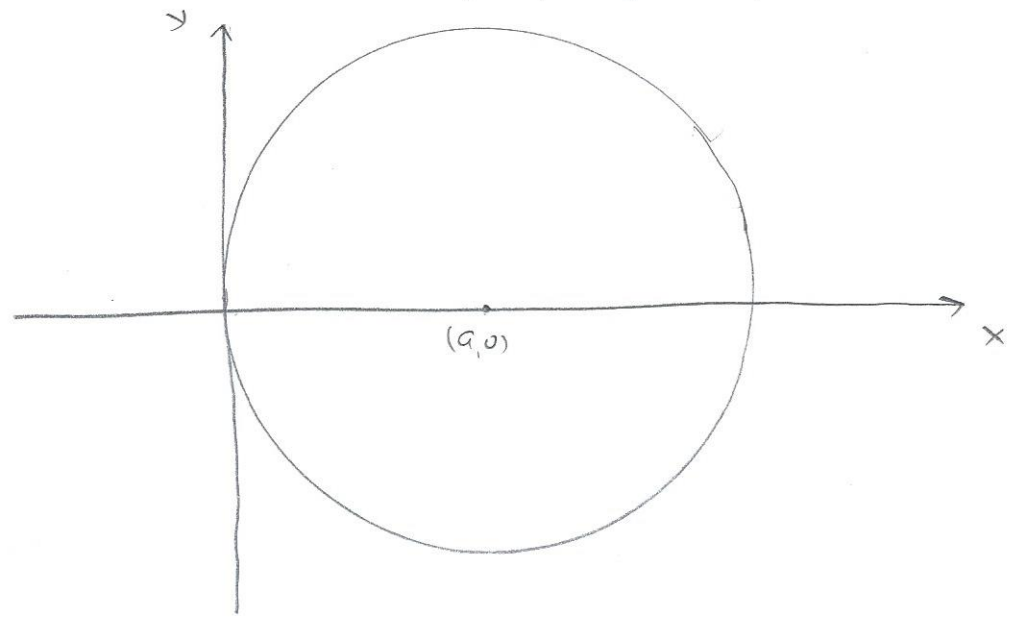
דל 19 582  
מוסד ב'

$$x^2 + y^2 = a^2$$

1



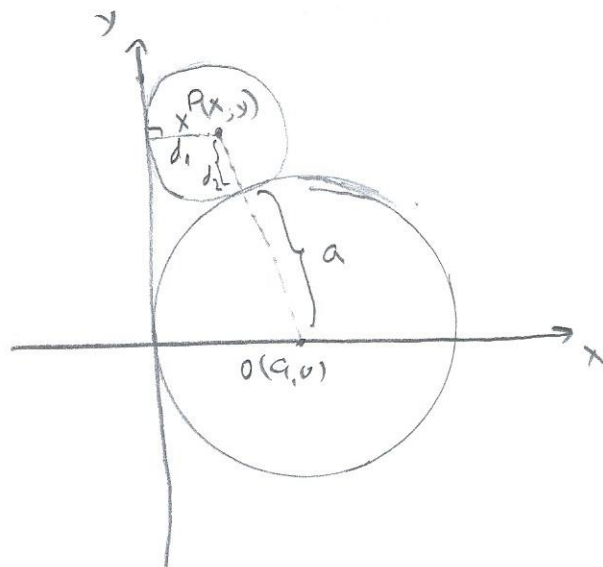
המסלול של הרכב אינו ישר (כנראה בגלל כביש עוקף)



למשל:  $(x-a)^2 + y^2 = a^2$  למשל



2)



נניח שיש לנו שני מעגלים

↓

$$d_1 = x$$

המרחק מהמקור לנקודה P(x, y) הוא d2

↓

$$d_2 = PO = a = \sqrt{(x-a)^2 + y^2} - a$$

$$d_1 = d_2$$

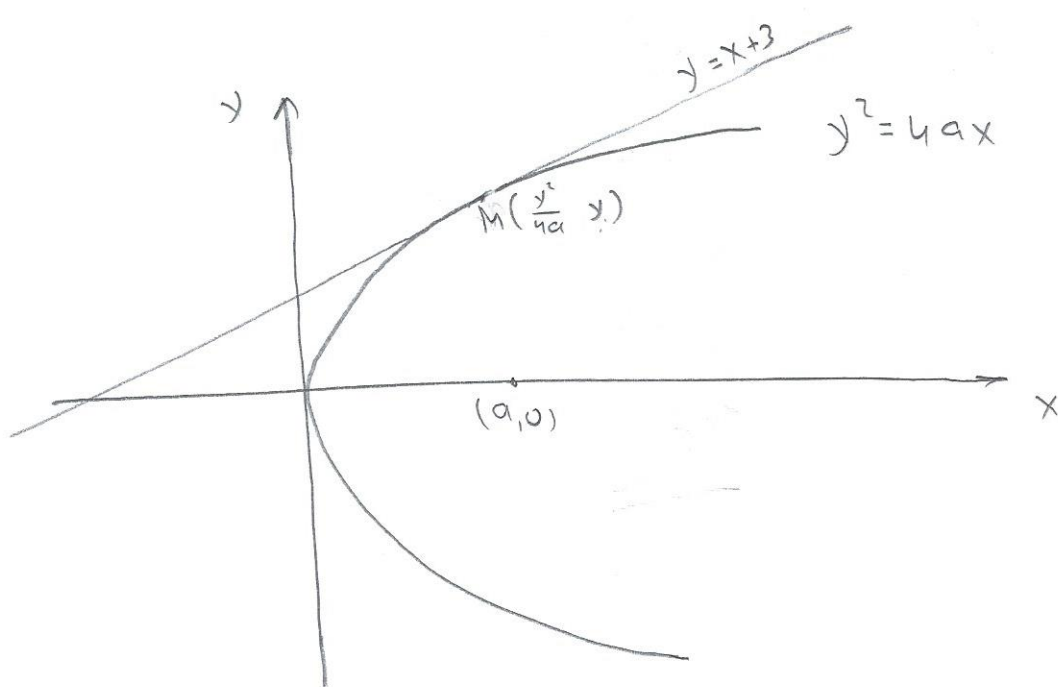
$$\sqrt{(x-a)^2 + y^2} - a = x \Rightarrow \sqrt{(x-a)^2 + y^2} = x + a \uparrow^2$$

$$\cancel{x^2} - 2ax + a^2 + y^2 = \cancel{x^2} + 2ax + a^2$$

נניח  $y^2 = 4ax$

הנקודה P(x, y) היא נקודה על המעגל





נ' הנקודה  $M(\frac{y^2}{4a}, y)$  היא נקודת המגע בין הישר  $y = x + 3$  לבין הפרבולה  $y^2 = 4ax$ .

$\frac{p}{y_0} = 1 \Rightarrow \frac{2a}{y} = 1 \Rightarrow y = 2a \Rightarrow \boxed{M(a, 2a)}$

↑  
 נקודת המגע

נ' גודל המרחק:

$$2a = a + 3$$

$$\Rightarrow \boxed{a = 3} \quad \underline{\text{תשובה}}$$

3) המשוואה של המרחק

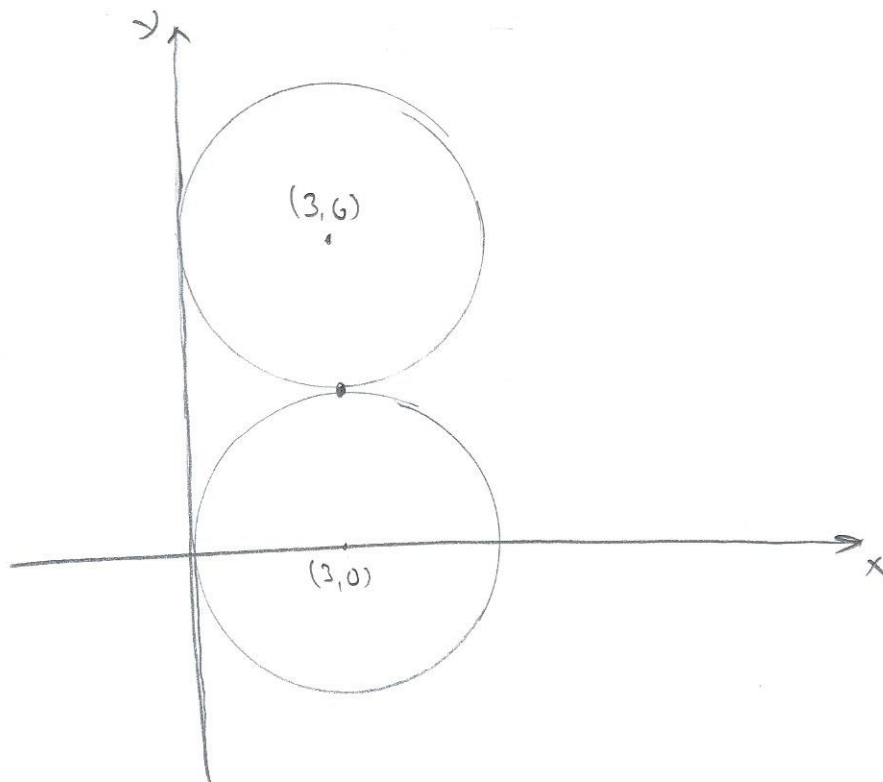
$$(x-3)^2 + y^2 = 9 \quad \Leftarrow \quad a = 3$$

המשוואה של המרחק

$$M(3, 6)$$

מרחק בין נקודה לנקודה

$$\leftarrow (x-3)^2 + (y-6)^2 = 9$$



מצא נק' התצוק

קוד האמצעים של שני המוקדים זהה  
 ציון נק' הפרש חסם  $x=3$   
 נק' בלשונה המצא (שאר זהה)

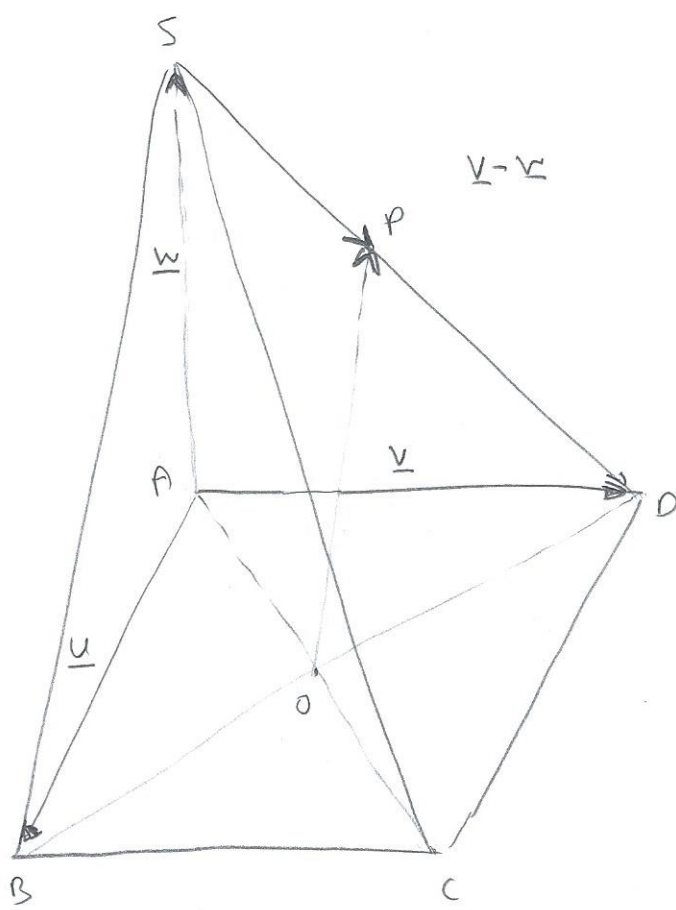
$$(3-x)^2 + y^2 = 9 \Rightarrow y^2 = 9 \Rightarrow y = \pm 3$$

ובו I חסם

$$\boxed{(3, 3)}$$

2

582 19 17  
2 28/11



הקטעים ABCD מן

$$\Rightarrow |\underline{u}| = |\underline{v}| \Rightarrow \boxed{\underline{u}^2 = \underline{v}^2}, \quad \underline{u} \perp \underline{v} \Rightarrow \boxed{\underline{u} \cdot \underline{v} = 0}$$

$$\vec{SP} = t \vec{SD} = t(\underline{v} - \underline{w})$$

$$\Rightarrow \boxed{\vec{SP} = t \underline{v} - t \underline{w}}$$

$$\vec{CA} = -\underline{u} - \underline{v}$$

$$\Rightarrow \vec{OA} = -\frac{1}{2}\underline{u} - \frac{1}{2}\underline{v} \quad (\text{הקטעים ABCD מן})$$

$$\begin{aligned} \Rightarrow \vec{OP} &= \vec{OA} + \vec{AS} + \vec{SP} \\ &= -\frac{1}{2}\underline{u} - \frac{1}{2}\underline{v} + \underline{w} + t \underline{v} - t \underline{w} \end{aligned}$$

$$\boxed{\vec{OP} = -\frac{1}{2}\underline{u} + (t - \frac{1}{2})\underline{v} + (1 - t)\underline{w}} \quad \underline{\underline{\% \text{ רצוי}}}$$



כדי שהוקטור  $\vec{r}$  ייבא אלמנט הנגזר  $\nabla \phi$   
 הוא צריך להיות אורטוגונלי אל כל וקטורים הליניאריים  
 של המישור (u או v) או קולומביות אורתוגונליות  
 בלבד.

$$\Rightarrow t - \frac{1}{2} = 0 \Rightarrow \boxed{t = \frac{1}{2}} \quad (\text{סעיף ה-2 צריך להיות})$$

$$\Rightarrow \vec{r} = -\frac{1}{2}\underline{u} + \frac{1}{2}\underline{v}$$

$$\gamma) |\underline{u}| = |\underline{v}| = 4 \Rightarrow \boxed{\underline{u}^2 = \underline{v}^2 = 16}$$

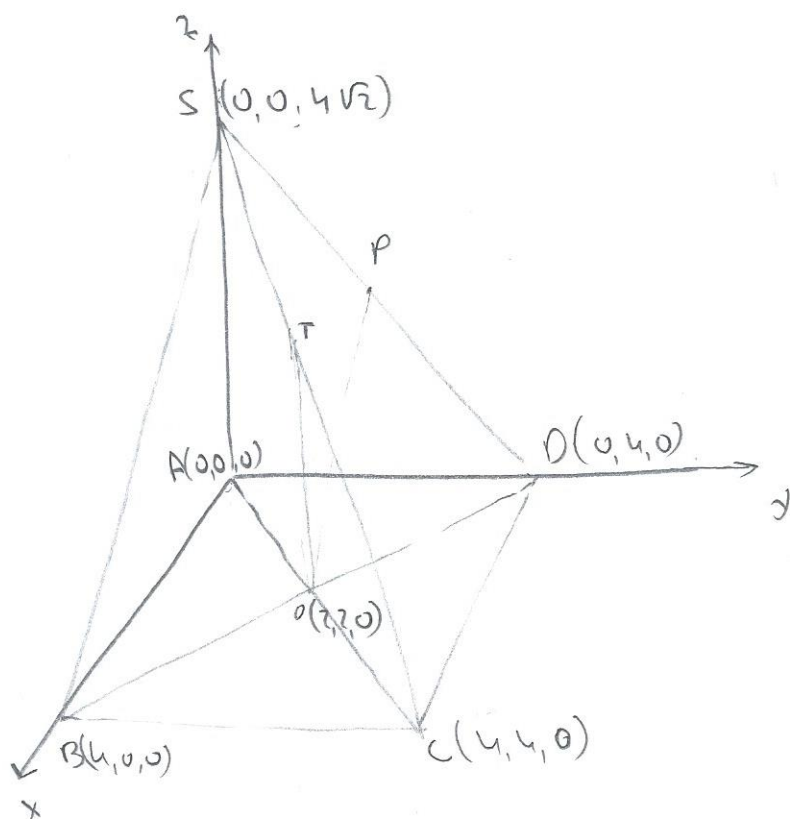
$\vec{AS} \perp$  המישור

$$\Rightarrow \underline{w} \perp \underline{v} \Rightarrow \underline{v} \cdot \underline{w} = 0$$

$$\underline{w} \perp \underline{u} \Rightarrow \underline{u} \cdot \underline{w} = 0$$

יש למצוא וקטור  
 אורתוגונלי למישור

$$|\underline{v}| = 4\sqrt{2} \Rightarrow \boxed{\underline{v}^2 = 32}$$



←

הנקודה היא למצוא קטעונים. הריבוע הלבן = 5  
 לא צריך פתרון. פתרון מלא

$$\vec{OP} = -\frac{1}{2}\vec{u} + (t-\frac{1}{2})\vec{v} + (1-t)\vec{w}$$

$$\left. \begin{aligned} \vec{u} &= (4, 0, 0) \\ \vec{v} &= (0, 4, 0) \\ \vec{w} &= (0, 0, 4\sqrt{2}) \end{aligned} \right\} \text{בסיס}$$

$$\vec{OP} = -\frac{1}{2}(4, 0, 0) + (t-\frac{1}{2})(0, 4, 0) + (1-t)(0, 0, 4\sqrt{2})$$

$$\vec{OP} = (-2; 4t-2; 4\sqrt{2}-4\sqrt{2}t) \quad \text{צביון וקטור בסיס}$$

בסיס  $\vec{u} \perp \vec{v} \perp \vec{w}$  ואשר  $\vec{u} \perp \vec{v} \perp \vec{w}$  מחדד  
 $\vec{v} \perp \vec{w}$  !  $\vec{u} \perp \vec{v}$  וקטור בסיס לאו (6) אר, ה- $x$   
 פתרון מלא  $x=0$  וקטור בסיס לאו  $(1, 0, 0)$

$$\sin 45 = \frac{|(1, 0, 0) \cdot (-2; 4t-2; 4\sqrt{2}-4\sqrt{2}t)|}{\sqrt{1} \cdot \sqrt{4 + (4t-2)^2 + (4\sqrt{2}-4\sqrt{2}t)^2}}$$

$$\Rightarrow \frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{|-2|}{\sqrt{4 + 16t^2 - 16t + 4 + 32 - 64t + 32t^2}}$$

$$\frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{2}{\sqrt{48t^2 - 80t + 40}} \quad \uparrow^2$$

$$\frac{1}{2} = \frac{4}{48t^2 - 80t + 40} \Rightarrow 48t^2 - 80t + 32 = 0 \quad / : 16$$

$$3t^2 - 5t + 2 = 0$$

$$t_{1,2} = \frac{5 \pm 1}{6}$$

$$\begin{cases} t_1 = 1 \\ t_2 = \frac{2}{3} \end{cases}$$

פתרון

3)

OT 11 AS

$$AO = OC$$

 $\sqrt{11}$  $\Rightarrow$ 

$\supseteq$

2

(0)

50

(+)

3

$$a_1 = 1$$

הצורה הכללית

$$a_2 = iz$$

$$\Rightarrow q = \frac{iz}{1} = iz$$

$$q \neq 1$$

הצורה הכללית

$$a_1 = 1$$

$$a_2 = iz$$

$$a_3 = -z^2 \quad (iz \cdot iz)$$

$$a_4 = -iz^3$$

$$a_5 = z^4$$

הצורה הכללית

$$2. \quad S_5 = \frac{a_1(q^5 - 1)}{q - 1} = \frac{1 \cdot ((iz)^5 - 1)}{iz - 1}$$

$$= \frac{iz^5 - 1}{iz - 1} \cdot \frac{1 - i}{1 - i} = \frac{z^5 + i}{z + i}$$

הצורה הכללית

$$2) \quad 1) \quad z^5 = -i \quad \Rightarrow \quad z = \sqrt[5]{-i} = \sqrt[5]{\text{cis } 270^\circ} = (\text{cis } 270^\circ)^{\frac{1}{5}}$$

$$= \text{cis } \frac{270^\circ + 360^\circ k}{5}$$

$$\boxed{z_k = \text{cis } (54^\circ + 72^\circ k)}$$



582 19 17  
2 761N

$$z_0 = \text{cis } 54$$

$$z_1 = \text{cis } 126$$

$$z_2 = \text{cis } 198$$

$$z_3 = \text{cis } 270$$

$$z_4 = \text{cis } 342$$

1 ב' ב'

$$2. \quad 1 + iz - z^2 - iz^3 + z^4 = 0$$

המשוואה היא:  $1 + iz - z^2 - iz^3 + z^4 = 0$

2. ב' 100

$$S_5 = 0 \Rightarrow \frac{z^{5+1}}{z+1} = 0$$

$$\Rightarrow z^5 + 1 = 0 \Rightarrow z^5 = -1$$



2. ב' 100

$$\begin{aligned} z_1 &= \text{cis } 54 \\ z_2 &= \text{cis } 126 \\ z_3 &= \text{cis } 198 \end{aligned}$$

$$z_4 = \text{cis } 270$$

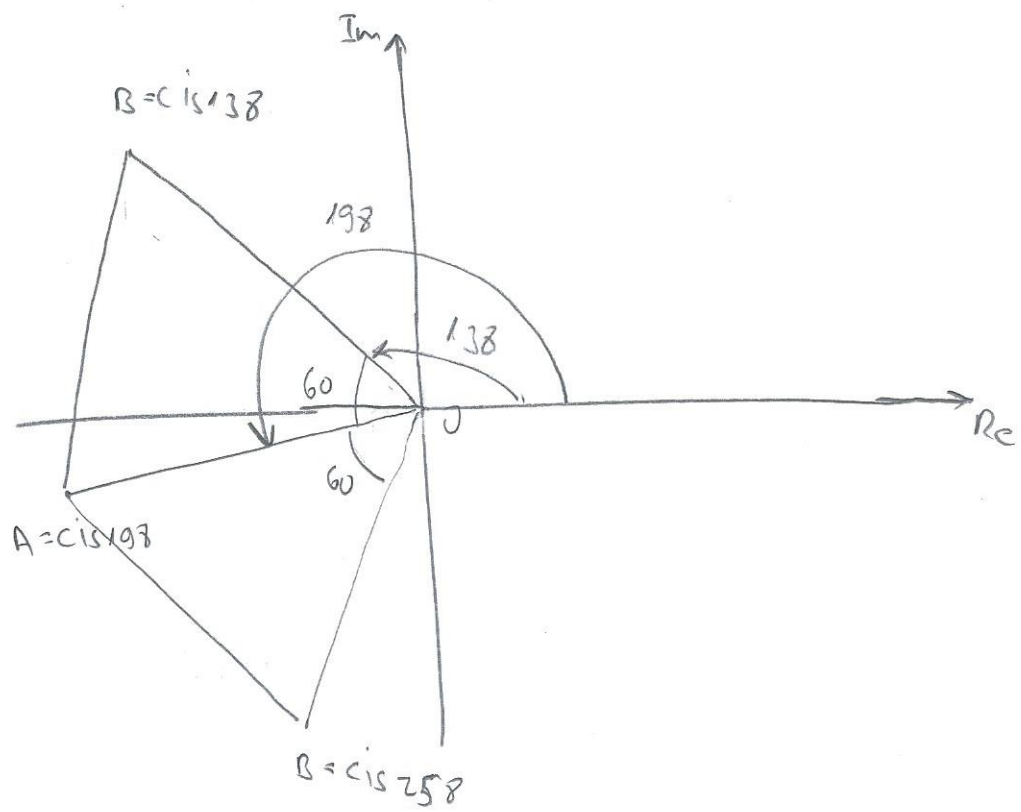
$$z_5 = \text{cis } 342$$

$$q = 1 \quad \text{אם } z = \text{cis } 270 = -1$$

המשוואה היא:  $1 + iz - z^2 - iz^3 + z^4 = 0$

5. ב' 100





4)  $f(x) = \ln(x^2 + ax + 1)$

$$-2 < a < 2$$

b)  $x^2 + ax + 1 > 0 \quad \forall x \in \mathbb{R}$

$$\Delta = a^2 - 4$$

$$-2 < a < 2 \Rightarrow a^2 < 4 \Rightarrow a^2 - 4 < 0$$

$$\Rightarrow \boxed{x^2 + ax + 1 > 0 \quad \forall x \in \mathbb{R}} \quad \underline{\underline{\text{vrai}}}$$

c)  $x$  tel que  $f(x) = 0$

$$f(x) = 0 \Rightarrow \ln(x^2 + ax + 1) = 0$$

$$x^2 + ax + 1 = e^0 = 1$$

$$x^2 + ax = 0$$

$$x(x+a) = 0$$

$$x_1 = 0$$

$$x_2 = -a$$

$$\Rightarrow$$

$$\boxed{\begin{matrix} (0, 0) \\ (-a, 0) \end{matrix}}$$

d)

monotonie

$$\boxed{f'(x) = \frac{2x + a}{x^2 + ax + 1}}$$

$$f'(x) = 0 \Rightarrow 2x + a = 0 \Rightarrow x = -\frac{a}{2}$$

$$f\left(-\frac{a}{2}\right) = \ln\left(\frac{a^2}{4} - \frac{a^2}{2} + 1\right) = \ln\left(1 - \frac{a^2}{4}\right)$$

$$\left[-\frac{a}{2}, \ln\left(1 - \frac{a^2}{4}\right)\right]$$

נמצא שם שנייה של המידה של  $\ln(1 - \frac{a^2}{4})$  כן נמצא המידה של  $\ln(1 - \frac{a^2}{4})$  כן

$$f''(x) = 2 > 0 \Rightarrow \min \left[ -\frac{a}{2}, \ln(1 - \frac{a^2}{4}) \right]$$

3) (1)  $0 < a < 2$

שם נ' המידה של  $\ln(1 - \frac{a^2}{4})$

$(-a, 0)$

I שם

(2)  $-2 < a < 0$

שם נ' המידה של  $\ln(1 - \frac{a^2}{4})$

$(-a, 0)$

III שם

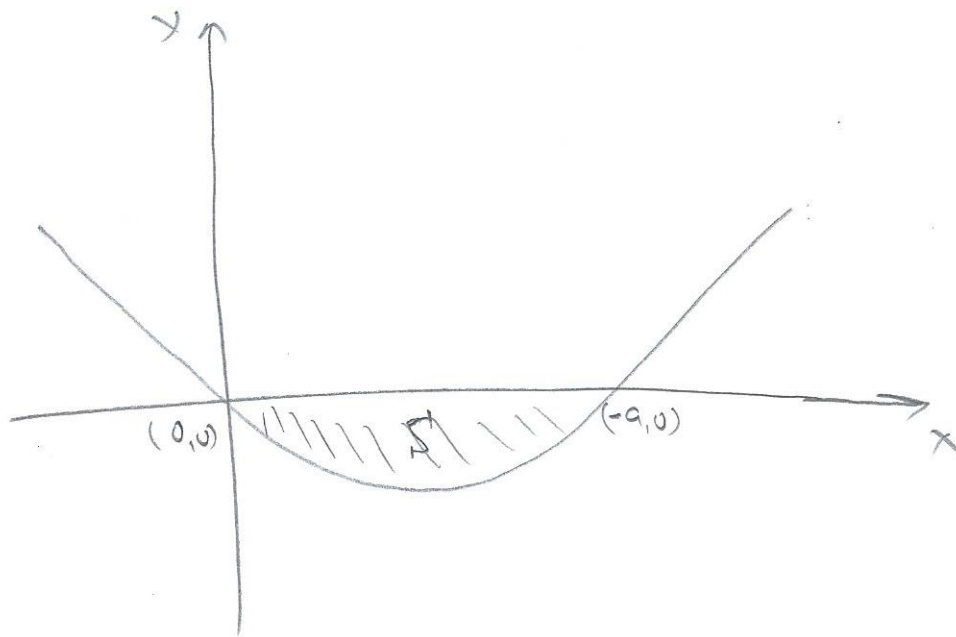
(3)  $a = 0$

II שם



2)

$$\underline{-2 < a < 0}$$



$$\int_0^{-a} -\ln(x^2 + ax + 1) dx = S \quad : \text{lin}$$

$$\Rightarrow \boxed{\int_0^{-a} \ln(x^2 + ax + 1) dx = -S}$$

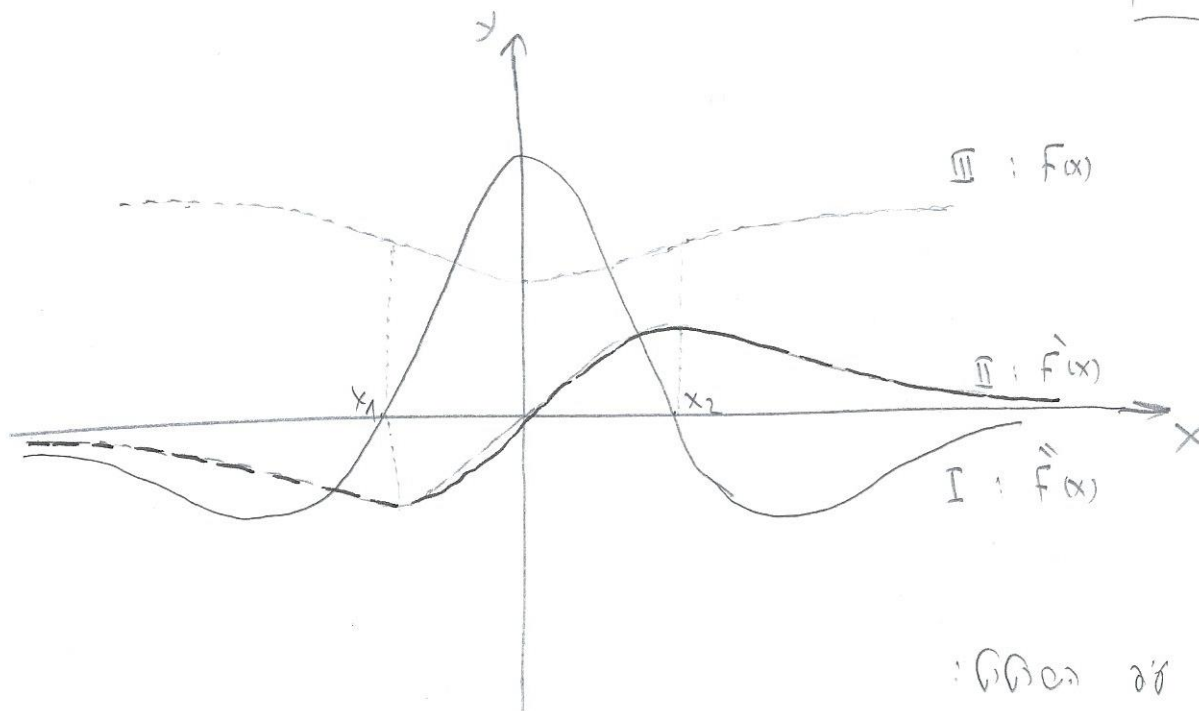
$$\int_0^{-a} \ln(ux^2 + uax + 1) dx = \int_0^{-a} [\ln u \cdot (x^2 + ax + 1)] dx$$

$$= \int_0^{-a} [\ln u + \ln(x^2 + ax + 1)] dx = \int_0^{-a} \ln u dx + \underbrace{\int_0^{-a} \ln(x^2 + ax + 1) dx}_{-S}$$

$$= \left[ x \cdot \ln u \right]_0^{-a} - S = \underline{\underline{-a \cdot \ln u - S}}$$

5

582 19 87  
2 38/11



| x   | $x < x_1$ | $x_1$ | $x_1 < x < x_2$ | $x_2$ | $x > x_2$ |
|-----|-----------|-------|-----------------|-------|-----------|
| III | ∪         | min   | ∪               | min   | ∪         |
| II  | ↘         | max   | ↗               | min   | ↘         |
| I   | -         | 0     | +               | 0     | -         |

כאשר  $f''(x) < 0$  →  $f'(x)$  יורד →  $f(x)$  קונקב  
 כאשר  $f''(x) > 0$  →  $f'(x)$  עולה →  $f(x)$  קאמ  
 כאשר  $f''(x) = 0$  →  $f'(x)$  נשאר זהה →  $f(x)$  נשאר זהה

⇓

III :  $f(x)$   
 II :  $f'(x)$   
 I :  $f''(x)$

←

2)  $A(x, f(x))$

הקטע  $AB$  יהיה אנכי ל  $y$

$$x_A = x_B = x$$

$$B(x, \hat{f}(x))$$

$$\boxed{g(x) = f(x) - \hat{f}(x)}$$

הפרש בין  $f$  לבין  $\hat{f}$   
 $AB$

$$\hat{f}(x) = x \cdot e^{-x^2}$$

הנחה

$$\boxed{g'(x) = \hat{f}'(x) - \hat{f}''(x)}$$

$$\hat{f}''(x) = e^{-x^2} - 2x^2 \cdot e^{-x^2} = e^{-x^2}(1 - 2x^2)$$

$$g'(x) = x \cdot e^{-x^2} - e^{-x^2} + 2x^2 \cdot e^{-x^2}$$

$$\boxed{g'(x) = e^{-x^2}(2x^2 + x - 1)}$$

$$g'(x) = 0 \Rightarrow 2x^2 + x - 1 = 0$$

$x$  ו  $e^{-x^2} > 0$

$$x_{1,2} = \frac{-1 \pm 3}{4}$$

$$\boxed{x_1 = \frac{1}{2}}$$

$$\boxed{x_2 = -1}$$

| $x$  | $x < -1$                | $-1$              | $-1 < x < \frac{1}{2}$ | $\frac{1}{2}$     | $x > \frac{1}{2}$      |
|------|-------------------------|-------------------|------------------------|-------------------|------------------------|
| $g'$ | $\underline{x=-2}$<br>+ |                   | $\underline{x=0}$<br>- |                   | $\underline{x=1}$<br>+ |
| $-g$ | $\nearrow$              | $\underline{max}$ | $\searrow$             | $\underline{min}$ | $\nearrow$             |

האם  $g$  היא פונקציה  
עולה או יורדת?

האם  $-g$  היא פונקציה  
עולה או יורדת?

האם  $g$  היא פונקציה עולה או יורדת? האם  $-g$  היא פונקציה עולה או יורדת?

האם  $e^{-x^2} > 0$  ו  $x$  ו  $e^{-x^2} > 0$



$$g''(-2) = (+) \cdot 5 = (+)$$

$$g''(0) = (+) \cdot (-1) = (-)$$

$$g''(1) = (+) \cdot (2) = (+)$$

|     |                   |
|-----|-------------------|
| max | $x = -1$          |
| min | $x = \frac{1}{2}$ |

e) אב ה פונקציה נותנת

$$1 + \frac{1}{2e}$$

$$\Rightarrow g(-1) = 1 + \frac{1}{2e}$$

$$\Rightarrow f(-1) - \hat{f}(-1) = 1 + \frac{1}{2e}$$

$$\Rightarrow F(-1) - (-e^{-1}) = 1 + \frac{1}{2e}$$

$$F(-1) + \frac{1}{e} = 1 + \frac{1}{2e} \Rightarrow F(-1) = 1 - \frac{1}{2e}$$

$$F(x) = \int \hat{f}(x) dx = \int x \cdot e^{-x^2} dx = -\frac{e^{-x^2}}{2} + C$$

(הערות: נוסחה  
לפירוק האינטגרל)

$$F(-1) = 1 - \frac{1}{2e} \Rightarrow -\frac{e^{-1}}{2} + C = 1 - \frac{1}{2e}$$

|         |
|---------|
| $C = 1$ |
|---------|

|                                  |
|----------------------------------|
| $F(x) = -\frac{e^{-x^2}}{2} + 1$ |
|----------------------------------|

פ.נ.