

$$\textcircled{1} \quad y^2 = 4px \Rightarrow F(p; 0) ; \text{מחזק } x = -p \quad (p > 0)$$

$$y_k = 12 \quad : \text{נתון}$$

$$\Rightarrow 144 = 4px \quad \text{הנקודה א נמצאת על ההיפרבולה}$$

$$\Rightarrow px = 36$$

$$20 < \left(\frac{36}{p}, 12\right) \quad \text{הנקודה א נמצאת על ההיפרבולה ולכן נמצאת בתוך ההיפרבולה}$$

$$\text{אכן נמצאת גם על ההיפרבולה (אם נבדוק) הנה}$$

$$\Rightarrow \frac{36}{p} + p = 20 \Rightarrow p^2 - 20p + 36 = 0$$

$$\boxed{\begin{matrix} p_1 = 2 \\ p_2 = 18 \end{matrix}} \quad \text{לפי}$$

$$\textcircled{2} \quad \text{A } \underline{y}$$

$$\begin{cases} y = mx \\ y^2 = 8x \end{cases} \Rightarrow m^2 x^2 = 8x \Rightarrow m^2 x^2 - 8x = 0$$

$$x(m^2 x - 8) = 0$$

$$x_1 = 0 \Rightarrow (0, 0)$$

$$x_2 = \frac{8}{m^2} \Rightarrow y = \frac{8}{m} \Rightarrow \boxed{A\left(\frac{8}{m^2}, \frac{8}{m}\right)} \quad \text{לפי}$$

$$\text{B } \underline{y}$$

$$\begin{cases} y = mx \\ y^2 = 72x \end{cases} \Rightarrow m^2 x^2 - 72x = 0 \Rightarrow$$

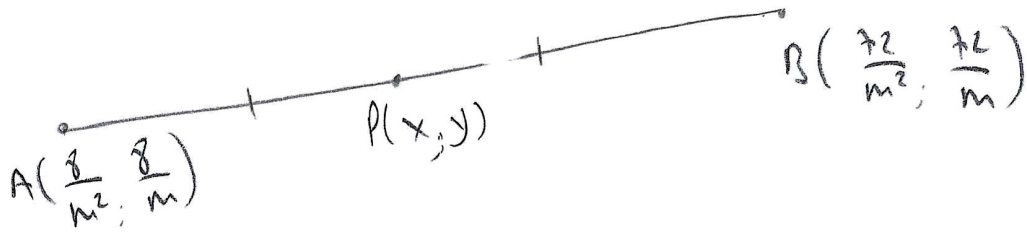
$$x(m^2 x - 72) = 0$$

$$x_1 = 0$$

$$x_2 = \frac{72}{m^2} \Rightarrow y_2 = \frac{72}{m} \Rightarrow$$

$$\boxed{B\left(\frac{72}{m^2}, \frac{72}{m}\right)} \quad \text{לפי}$$

c)



זהו מילוד

$$x = \frac{\frac{8}{m^2} + \frac{72}{m^2}}{2} = \frac{40}{m^2}$$

$$y = \frac{\frac{8}{m} + \frac{72}{m}}{2} = \frac{40}{m}$$

מכאן

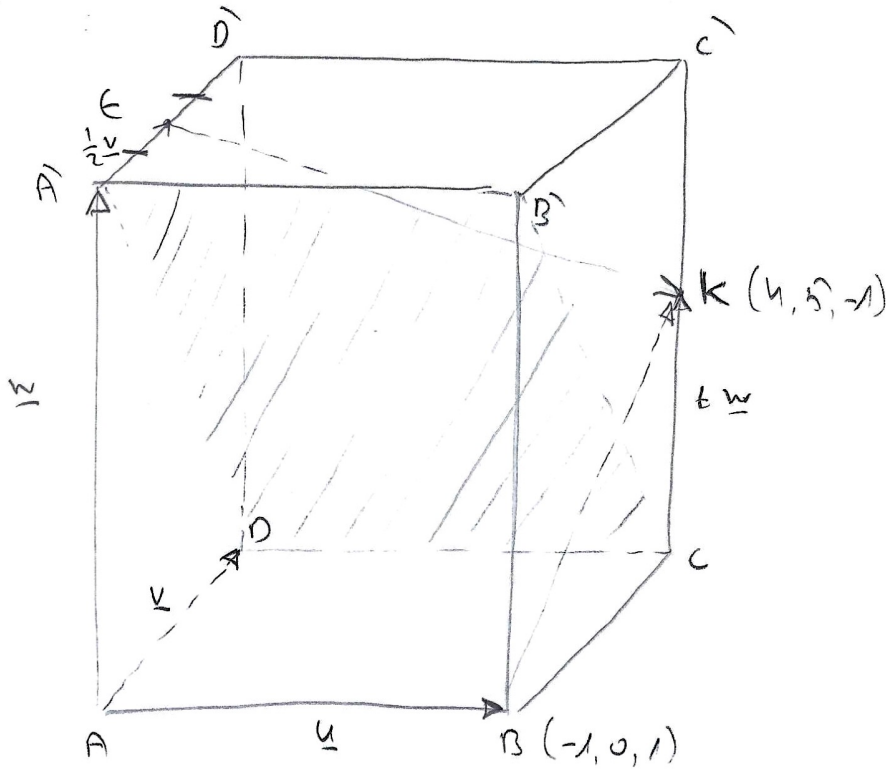
$$\boxed{m = \frac{40}{y}}$$

$$x = \frac{40}{\frac{1600}{y^2}} \Rightarrow x = \frac{40 y^2}{1600} \Rightarrow$$

$$x = \frac{y^2}{40} \Rightarrow \boxed{y^2 = 40x}$$

המשוואה היא
היא פריבולית.

(2)



$ABCD \hat{=} A'B'C'D'$ נכון
 $A'E = ED'$ נכון

$$\vec{CK} = t \vec{CC'} = t \vec{w}$$

$$\left. \begin{array}{l} \underline{u} \cdot \underline{v} = 0 \\ \underline{u} \cdot \underline{w} = 0 \\ \underline{v} \cdot \underline{w} = 0 \end{array} \right\} \begin{array}{l} \text{נכון כי הם תמיד זווית ישרה} \\ \text{למקרים שבהם הם זווית ישרה} \\ \text{הם תמיד זווית ישרה} \end{array}$$

$$|\underline{w}| = 6\sqrt{2} \Rightarrow \underline{w}^2 = 72$$

$$|\underline{v}| = 6 \Rightarrow \underline{v}^2 = 36$$

$$|\underline{u}| = 3\sqrt{2} \Rightarrow \underline{u}^2 = 18$$

$$\angle KCB = 90^\circ$$

$$\Rightarrow \vec{CK} \perp \vec{BK} \Rightarrow \vec{CK} \cdot \vec{BK} = 0$$

$$\vec{CK} = -\frac{1}{2}\underline{v} - \underline{w} + \underline{u} + \underline{v} + t\underline{w}$$

$$\boxed{\vec{CK} = \underline{u} + \frac{1}{2}\underline{v} + (t-1)\underline{w}}$$

$$\boxed{\vec{BK} = \underline{v} + t\underline{w}}$$

$$\vec{A} \cdot \vec{B} = 0$$

$$\left[\underline{v} + \frac{1}{2} \underline{w} + (t-1) \underline{w} \right] \left[\underline{v} + t \underline{w} \right] = 0$$

$$\Rightarrow \frac{1}{2} \underline{v}^2 + t(t-1) \underline{w}^2 = 0 \quad \left(\begin{array}{l} \text{המונח הריבועי של } \underline{v} \text{ הוא } 36 \\ \text{המונח הריבועי של } \underline{w} \text{ הוא } 72 \end{array} \right)$$

$$18 + t(t-1) \cdot 72 = 0 \quad / : 18$$

$$1 + 4t(t-1) = 0$$

$$4t^2 - 4t + 1 = 0$$

$$\boxed{t = \frac{1}{2}} \quad \underline{\text{פ.נ.}}$$

אכן נק' א' נמצאת במישור

Π_{CDA}

$$\vec{BA} = \underline{v} + \frac{1}{2} \underline{w}$$

כדי להוכיח שהנק' א' נמצאת במישור Π נוכיח שהיא
נמצאת במישור Π שכל הנק' שלו נמצאות במישור
הוא

$$\vec{DC} = \underline{u}$$

$$\vec{DA} = -\underline{v} + \underline{w}$$

$$\vec{BA} \cdot \vec{DC} = (\underline{v} + \frac{1}{2} \underline{w}) \cdot \underline{u} = \cancel{\underline{v} \cdot \underline{u}} + \frac{1}{2} \cancel{\underline{w} \cdot \underline{u}} = 0 \Rightarrow \vec{BA} \perp \vec{DC}$$

$$\vec{BA} \cdot \vec{DA} = (\underline{v} + \frac{1}{2} \underline{w}) \cdot (-\underline{v} + \underline{w}) = \underbrace{-\underline{v}^2}_{36} + \cancel{\underline{v} \cdot \underline{w}} - \frac{1}{2} \cancel{\underline{v} \cdot \underline{w}} + \frac{1}{2} \underline{w}^2_{72}$$

$$= -36 + 36 = 0 \Rightarrow \vec{BA} \perp \vec{DA}$$

פ.נ.

הנק' א' נמצאת במישור Π שכל הנק' שלו נמצאות במישור
הוא

$$2. \quad \vec{E}_K \perp \vec{B}_K \\ \vec{B}_K \perp \Pi_{ABCD} \Rightarrow \boxed{\vec{E}_K \parallel \Pi_{ABCD}} \\ \text{ז"א!}$$

$$c) \quad B(-1, 0, 1) \\ K(4, 5, -1) \Rightarrow \vec{BK} = (5, 5, -2) \leftarrow \begin{array}{l} \text{כיוון הוקטור} \\ \Pi \text{ הדרגה } p \end{array}$$

$$\underline{w} = (2, 2, -8)$$

$$C(x, y, z) \quad \text{רצף}$$

$$\vec{C}_K = \frac{1}{2} \underline{w}$$

$$\Rightarrow (4-x, 5-y, -1-z) = \frac{1}{2}(2, 2, -8)$$

$$4-x=1 \Rightarrow x=3$$

$$5-y=1 \Rightarrow y=4 \Rightarrow C(3, 4, 3)$$

$$-1-z=-4 \Rightarrow z=3$$

$$\Pi: 5x + 5y - 2z = 0$$

$$C(3, 4, 3) \text{ ב.ז. } D \text{ של } \Pi$$

$$15 + 20 - 6 = 0 \Rightarrow D = 29$$

$$\boxed{\Pi: 5x + 5y - 2z = 29} \quad \text{ז"א!}$$

מציאים את הממוצע

$$③ \quad z^2 - (1+i)z + 2i + 2 = 0$$

$$z_{1,2} = \frac{1+i \pm \sqrt{(1+i)^2 - 4(2+2i)}}{2} = \frac{1+i \pm \sqrt{1+2i-1-8-8i}}{2}$$

$$= \frac{1+i \pm \sqrt{-8-6i}}{2}$$

$$\sqrt{-8-6i} = x + yi \quad \uparrow^2$$

$$-8-6i = x^2 + 2xyi - y^2$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x^2 - y^2 = -8 \\ xy = -3 \end{cases}$$

נסתכל ב-10

$$x = \pm 3 \quad y = \mp 1 \quad \text{אם } x=3 \text{ אז } y=-1 \text{ ואם } x=-3 \text{ אז } y=1$$

$$\boxed{x = \pm 1 \quad y = \mp 3}$$

$$\Rightarrow \sqrt{-8-6i} = \pm(1-3i)$$

$$\frac{1+i \pm (1-3i)}{2}$$

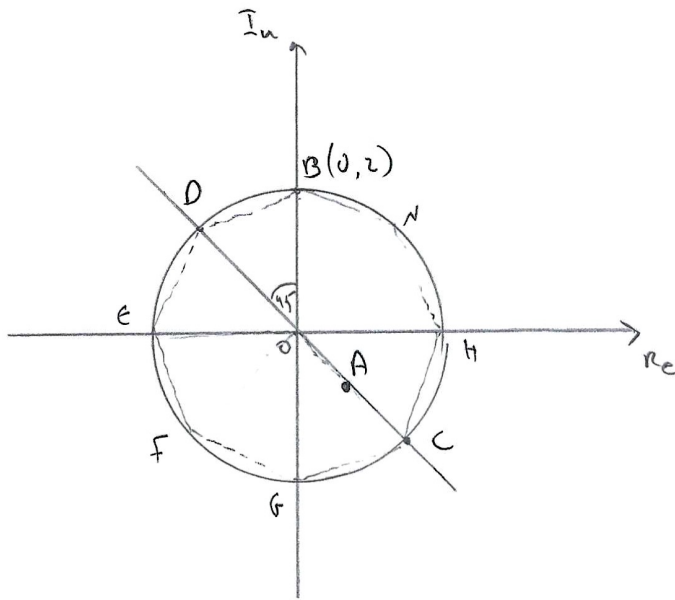
$$z_1 = \frac{1+i+1-3i}{2} = 1-i$$

$$z_2 = \frac{1+i-1+3i}{2} = 2i$$

התשובה

$$2) A = 1 - i = \sqrt{2} \operatorname{cis} 315$$

$$B = 2j = 2 \operatorname{cis} 90 \Rightarrow |B| = 2 = r$$



$$C = 2 \operatorname{cis} 315$$

$$D = 2 \operatorname{cis} 135$$

45° को (x BOD) D र B को सम्बन्ध -137

प्रश्न फलान फलान सम्बन्ध C र D सम्बन्ध

$$\frac{360}{45} = 8 \quad | \text{ } \rho$$

$$\boxed{n=8} \quad \text{उ. भ. न.}$$

$$e) B = 2 \operatorname{cis} 90 = 2j$$

$$D = 2 \operatorname{cis} 135 = -\sqrt{2} + j\sqrt{2}$$

$$E = 2 \operatorname{cis} 180 = -2$$

$$F = 2 \operatorname{cis} 225 = -\sqrt{2} - j\sqrt{2}$$

$$G = 2 \operatorname{cis} 270 = -2j$$

$$C = 2 \operatorname{cis} 315 = \sqrt{2} - j\sqrt{2}$$

$$H = 2 \operatorname{cis} 0 = 2$$

$$N = 2 \operatorname{cis} 45 = \sqrt{2} + j\sqrt{2}$$

$$2. \quad z_k = 2 \operatorname{cis} 45k = \sqrt[8]{256} \operatorname{cis} 0 \Rightarrow \boxed{z^8 = 256}$$

R.V

דיון ב' ידוע שאלמנט $\mathbb{Z}$ בתורת $\mathbb{Z}$ זיין

$$\mathbb{Z}^8 = \mathbb{Z}$$

אם אנו רוצים להוכיח זאת באמצעות אינדוקציה
נניח $n=1$ אז $\mathbb{Z}^1 = \mathbb{Z}$ וזה נכון
על ידי

$$H = \mathbb{Z}$$

$$\boxed{\mathbb{Z}^8 = 256}$$

4

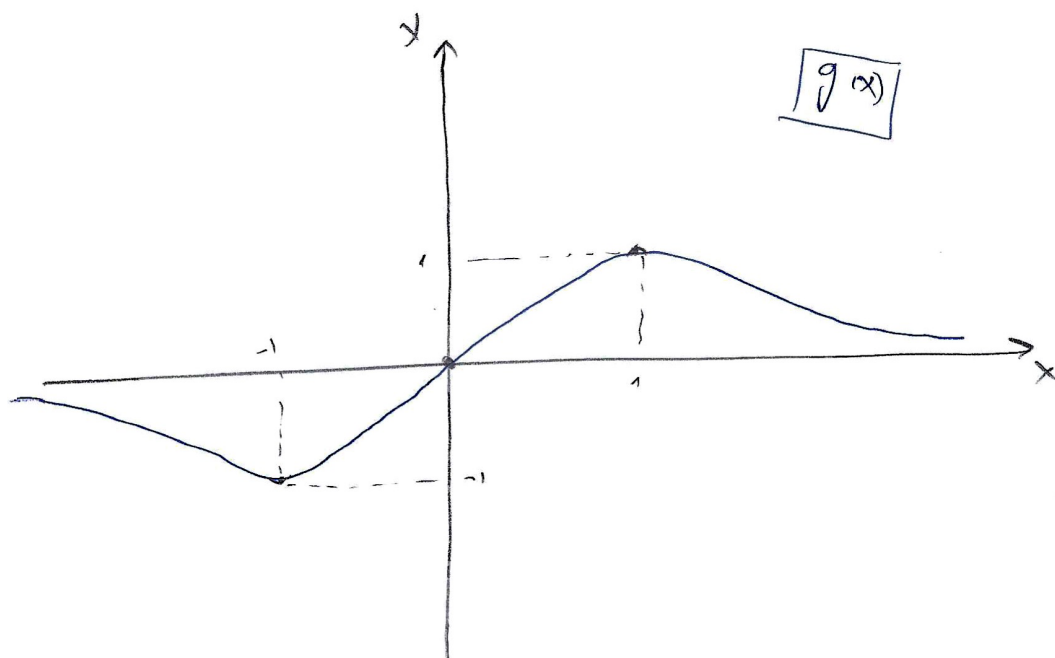
$g(x)$ מוגדרת ומוציאה ערך x

מחלקים את המישור - $(0,0)$

נק' קיצון:
 $\left. \begin{matrix} (1,1) \\ (-1,-1) \end{matrix} \right\}$

אסימפטוטה אנכית

$x \rightarrow \infty$	$x \rightarrow -\infty$
$y = 0$	$y = 0$



x	$x < -1$	-1	$-1 < x < 1$	1	$x > 1$
$g'(x)$ - סימן הנגזרת	-		+		-
$g(x)$ - ערך הפונקציה	$\searrow$	$\min$	$\nearrow$	$\max$	$\searrow$

עם ניכור נקודת הקיצון המקסימלית

$\underline{g'(x) < 0}$	$\underline{g'(x) > 0}$
$x < -1, x > 1$	$-1 < x < 1$

לכל x

$$2) F(x) = e^{g(x)} - g(x)$$

1.

$$\frac{\infty}{\infty}$$

x בר אינסוף g(x) גידול

2.

אינסוף אינסוף

$$\lim_{x \rightarrow \infty} e^{g(x)} - g(x) = e^{g(\infty)} - g(\infty) = e^0 = 1$$

$$\boxed{x \rightarrow \infty}$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} e^{g(x)} - g(x) = e^{g(-\infty)} - g(-\infty) = e^0 = 1$$

$$\boxed{x \rightarrow \infty}$$

3.

גידול

$$\hat{F}(x) = g'(x) \cdot e^{g(x)} - g'(x)$$

$$\boxed{\hat{F}(x) = g'(x) [e^{g(x)} - 1]}$$

$$\hat{F}(x) = 0 \Rightarrow g'(x) = 0 \Rightarrow x = \pm 1 \quad (\text{כלל לרויט})$$

$$e^{g(x)} - 1 = 0 \Rightarrow e^{g(x)} = 1 \Rightarrow g(x) = 0 \Rightarrow x = 0$$

$$F(1) = e^{g(1)} - g(1) = e^1 - 1 = e - 1 \Rightarrow (1, e - 1)$$

$$F(-1) = e^{g(-1)} - g(-1) = e^{-1} + 1 = \frac{1}{e} + 1 \Rightarrow (-1, \frac{1}{e} + 1)$$

$$F(0) = e^{g(0)} - g(0) = 1 \Rightarrow (0, 1)$$

x		$x < -1$	-1	$-1 < x < 0$	0	$0 < x < 1$	1	$x > 1$
הסימן של $-F(x)$		$x = -2$ +		$x = -0.5$ -		$x = 0.5$ +		$x = 2$ -
הסימן של $F(x)$			max		min		max	

$$\hat{F}(-2) = \underset{\substack{\uparrow \\ 0}}{g'(-2)} [e^{\overset{0}{g(-2)}} - 1] = (+) \quad g(-2) < 0 \Rightarrow 0 < e^{g(-2)} < 1$$

זו לא פשוט $\rightarrow 0$

$$\hat{F}(-0.5) = \underset{\substack{\downarrow \\ 0}}{g'(-0.5)} [e^{\overset{0}{g(-0.5)}} - 1] = (-)$$

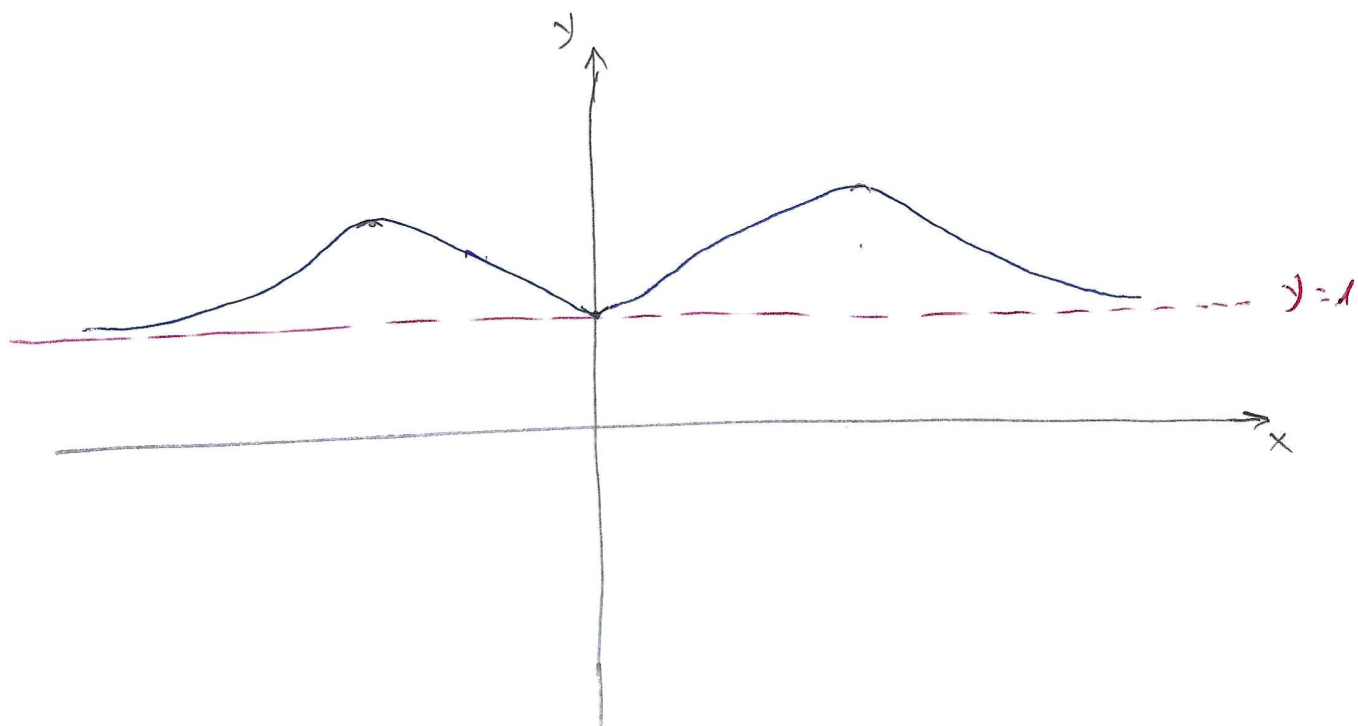
$$\hat{F}(0.5) = \underset{\substack{\downarrow \\ 0}}{g'(0.5)} [e^{\underset{\substack{\downarrow \\ 0}}{g(0.5)}} - 1] = (+) \quad g(0.5) > 0 \Rightarrow e^{g(0.5)} > 1$$

$$\hat{F}(2) = \underset{\substack{\uparrow \\ 0}}{g'(2)} [e^{\underset{\substack{\downarrow \\ 0}}{g(2)}} - 1] = (-)$$

הסימן של $F(x)$ תלוי בסימן של $g(x)$

$$\begin{aligned} &\max(-1, \frac{1}{e} + 1) \\ &\min(0, 1) \\ &\max(1, e - 1) \end{aligned}$$

$\geq \mathbb{R}$



5) $F(x) = ax - \ln\left(\frac{x}{a}\right) \quad a \neq 0$

$a > 0$; נ"ל

ה)

נדרש

$x > 0$

$\Leftrightarrow \frac{x}{a} > 0$

ו)

נ"ל

$\hat{F}(x) = a - \frac{\frac{1}{a}}{\frac{x}{a}} = a - \frac{1}{x}$

$\hat{F}(x) = 0 \Rightarrow \frac{1}{x} = a \Rightarrow x = \frac{1}{a}$

$F\left(\frac{1}{a}\right) = a \cdot \frac{1}{a} - \ln \frac{1}{a^2} = 1 - \ln a^{-2} = 1 + 2 \ln a$

$\Rightarrow \left(\frac{1}{a}, 1 + 2 \ln a\right)$

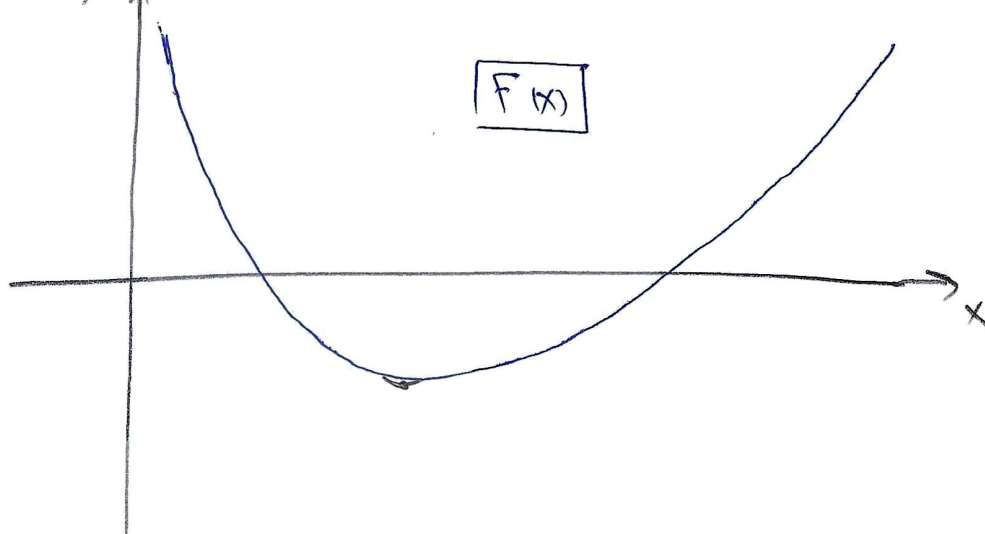
$F''(x) = \frac{1}{x^2} > 0 \Rightarrow$

$\min\left(\frac{1}{a}, 1 + 2 \ln a\right)$

ז)

נ"ל : $F(x)$ הוא פונקציה

היא נ"ל ויש לה מינימום



$$\underline{a < 0 \quad x < 0}$$

1)

הוכחה:

$$\boxed{x < 0}$$

$$\Leftrightarrow \frac{x}{a} > 0$$

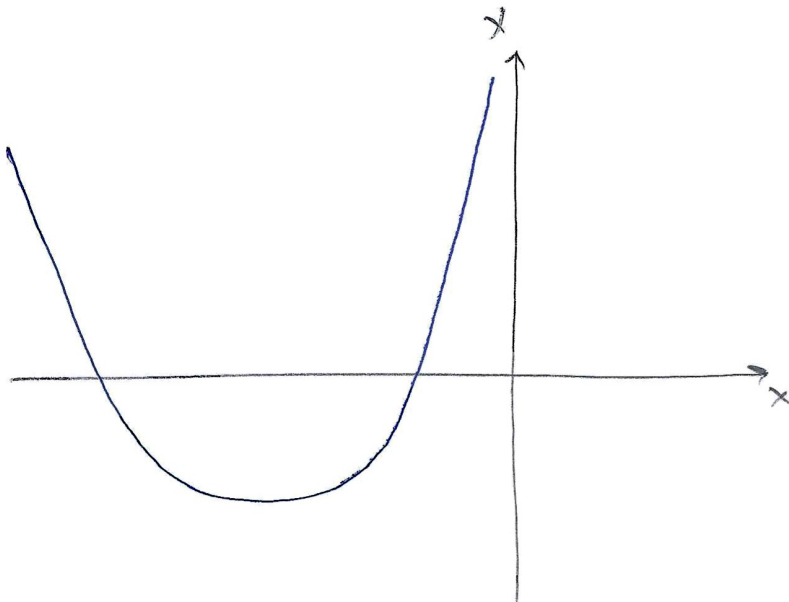
2)

הוכחה:

אם $a > 0$ אז $x > 0$ או $x < 0$

$$\boxed{\min\left(\frac{1}{a}, 1 + 2\ln a\right)}$$

3)



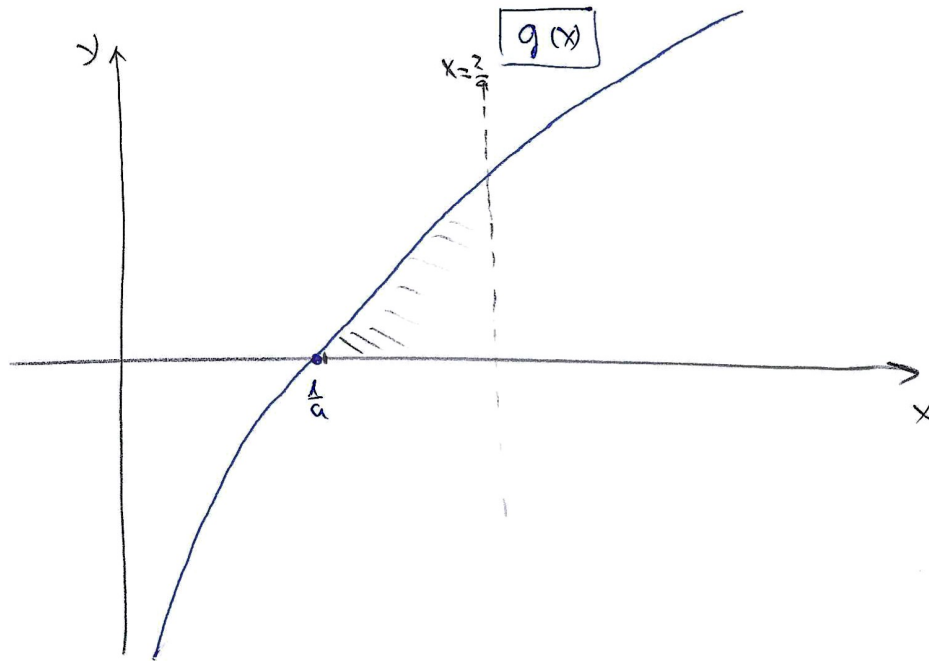
3) $a > 0$

נחין

$$g(x) = \hat{F}(x)$$

ההצורה: $g(x)$

$$x > 0$$



$$S = \int_{\frac{1}{a}}^{\frac{2}{a}} g(x) dx = \int_{\frac{1}{a}}^{\frac{2}{a}} \hat{F}(x) dx = \left[F(x) \right]_{\frac{1}{a}}^{\frac{2}{a}}$$

$$= F\left(\frac{2}{a}\right) - F\left(\frac{1}{a}\right) = a \cdot \frac{2}{a} - \ln \frac{2}{a^2} - \left[1 + 2 \ln a \right]$$

$$= 2 - \ln\left(\frac{2}{a^2}\right) - 1 - 2 \ln a = 1 - (\ln 2 - \ln a^2) - \ln a^2$$

$$= 1 - \ln 2 + \cancel{\ln a^2} - \cancel{\ln a^2} = \underline{\underline{1 - \ln 2}}$$

? נכון